

# **MODES D'EXCITATION DE SPIN-ISOSPIN DES NOYAUX**

**J.-P. BLAIZOT**

Service de Physique Théorique, CEN Saclay, Gif-sur-Yvette



Ce cours est une introduction à l'étude théorique des modes d'excitation de spin-isospin des noyaux. De façon plus précise, nous nous intéresserons aux modes d'excitation des noyaux dans lesquels les coordonnées spatiales des nucléons jouent un rôle secondaire et où les seuls degrés de liberté mis en jeu sont le spin et l'isospin des nucléons et éventuellement le spin et l'isospin des quarks dont ces nucléons sont constitués. Ce sujet recouvre des domaines très anciens de physique nucléaire, comme par exemple la désintégration  $\beta$ , mais il s'est surtout développé considérablement durant ces dernières années où d'importantes découvertes ont eu lieu. Citons en particulier l'observation dans les réactions  $(p,n)$  de résonances que l'on attribue à l'excitation de modes collectifs d'échange de charge (résonance Gamov-Teller), ou encore la mise en évidence dans les réactions  $(^3\text{He},t)$  de l'excitation de résonances  $\Delta$  dans les noyaux. Les modes d'échange de charge observés dans les réactions  $(p,n)$  comptent parmi les plus beaux exemples de modes collectifs que l'on puisse exciter dans les noyaux et leur étude est très instructive. Tout d'abord ils sont intéressants du point de vue de la structure nucléaire traditionnelle. Leurs propriétés peuvent être calculées à l'aide de méthodes déjà utilisées avec succès dans d'autres cas analogues (résonances géantes dipolaire, quadrupolaire, monopolaire...). De l'énergie de ces modes, on déduit d'importantes propriétés de l'interaction entre spins et isospins des nucléons dans le noyau. Par ailleurs, l'étude des sections efficaces montre que ces modes sont excités avec une force beaucoup plus faible que celle qui est calculée en assimilant le noyau à une collection de nucléons. Ce résultat corrobore une multitude d'autres résultats obtenus dans l'analyse des désintégrations  $\beta$ , des moments magnétiques, des transitions  $M1$ , etc... Il suggère l'intervention d'autres degrés de liberté que ceux attachés à des nucléons rigides et en effet, nous verrons qu'il est possible d'obtenir une description cohérente des phénomènes considérés en tenant compte de l'excitation des nucléons eux-mêmes (résonances  $\Delta$ ).

Ce cours comporte six parties. La première est consacrée à des rappels sur le formalisme de l'isospin et les excitations isovectorielles. Dans la deuxième partie, nous avons rassemblé quelques résultats expérimentaux récents qui illustrent les questions théoriques discutées dans

ce cours. La troisième partie est une revue rapide de la théorie élémentaire de la désintégration  $\beta$  ; on y relie l'effet d'atténuation des transitions  $\beta$  Gamov-Teller au phénomène de force manquante observée dans les réactions (p,n). Dans la quatrième partie, on présente un modèle de quarks très simple permettant de calculer les éléments de matrice de l'opérateur Gamov-Teller entre des états de nucléons ou de résonances  $\Delta$ . La cinquième partie contient un bref rappel sur le formalisme de la réponse linéaire appliqué à l'étude des résonances géantes des noyaux ; on y présente la solution d'un modèle schématisé approprié à l'étude des modes d'échange de charge ; on y calcule l'énergie des résonances isobariques analogues, Gamov-Teller et M1 dans le noyau  $^{208}\text{Pb}$ . Enfin dans la dernière partie nous montrons comment, en incluant explicitement les degrés de liberté nucléoniques dans les fonctions de réponse, on peut expliquer l'atténuation des transitions  $\beta$  Gamov-Teller et la force manquante dans les réactions (p,n).

Ainsi qu'il a été dit plus haut, ce cours est une introduction pour non spécialistes et se veut accessible à un niveau élémentaire. Il contient donc beaucoup de rappels de notions familières et certains aspects des problèmes discutés ont été délibérément simplifiés. (Que les experts me pardonnent !). Ceci dit, je suis convaincu que l'on ne comprend bien un concept théorique que dans la mesure où l'on est capable de l'utiliser dans un calcul simple permettant d'interpréter un phénomène. C'est pourquoi je me suis efforcé de donner tous les éléments permettant à l'étudiant qui le désire de reproduire les résultats les plus significatifs et de comprendre ainsi de façon précise et concrète l'enjeu des questions discutées.

## 1. ISOSPIN

### 1.1. Isospin des nucléons, des noyaux, des quarks

Dans le formalisme de l'isospin, le neutron et le proton sont considérés comme deux états quantiques d'une même particule, le nucléon. On représente ces deux états par un spineur à deux composantes :

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

qui sont états propres d'une matrice  $t_3$  :

$$t_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad t_3 |p\rangle = +\frac{1}{2} |p\rangle \quad t_3 |n\rangle = -\frac{1}{2} |n\rangle \quad (2)$$

Les états neutron et proton peuvent être transformés l'un dans l'autre à l'aide des matrices  $t_+$  et  $t_-$  :

$$t_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad t_+ |n\rangle = |p\rangle \quad t_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad t_- |p\rangle = |n\rangle \quad (3)$$

On vérifie aisément que les trois matrices  $t_3, t_+, t_-$  satisfont les règles de commutation

du moment angulaire :

$$[t_3, t_-] = -t_- \quad [t_3, t_+] = t_+ \quad [t_+, t_-] = 2t_3 \quad (4)$$

Ainsi les états  $|p\rangle$  et  $|n\rangle$  apparaissent comme l'analogie des deux états d'une particule de spin  $\frac{1}{2}$ . L'isospin du nucléon, défini par :

$$t^2 = t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 \quad t_{\pm} = t_1 \pm it_2 \quad (5)$$

est donc  $\frac{1}{2}$  :

$$t^2 |n\rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) |n\rangle \quad t^2 |p\rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) |p\rangle \quad (6)$$

et l'on interprète la valeur propre de  $t_3$  comme la projection de l'isospin. Pour résumer, le nucléon est une particule d'isospin  $\frac{1}{2}$  ; le proton correspond à la projection  $+\frac{1}{2}$ , le neutron à la projection  $-\frac{1}{2}$ .

L'isospin d'un noyau, assimilé à une collection de nucléons, s'obtient en appliquant les règles habituelles du couplage des moments angulaires. Considérons un noyau ayant un excès de neutron ( $N > Z$ ), décrit dans un modèle de particules indépendantes où les orbitales de neutron et de proton sont dégénérées. Soit  $|\phi_0\rangle$  l'état fondamental de ce noyau (voir figure 1).

La projection de l'isospin total du système est

la somme des projections des isospins de chaque

nucléon et donc :

$$T_3 |\phi_0\rangle = \sum_{i=1}^A t_3(i) |\phi_0\rangle = \frac{1}{2} (Z-N) |\phi_0\rangle \quad (7)$$

Par ailleurs :

$$T_- |\phi_0\rangle = \sum_{i=1}^A t_-(i) |\phi_0\rangle = \sum_{p=1}^Z t_-(p) |\phi_0\rangle = 0 \quad (8)$$

où l'on a utilisé dans un premier temps  $t_- |n\rangle = 0$ .

Le résultat (8) est une conséquence du principe

d'exclusion de Pauli. En effet,  $t_-$  agissant sur

un proton dans une orbitale donnée transforme ce proton en un neutron occupant la même orbitale.

Or cette orbitale est déjà occupée par un autre neutron, et ceci est incompatible avec le

principe d'exclusion. Les équations (7) et (8) nous permettent de déterminer l'isospin total.

En effet :

$$\begin{aligned} T^2 |\phi_0\rangle &= [T_3(T_3-1) + T_+ T_-] |\phi_0\rangle \\ &= T_3(T_3-1) |\phi_0\rangle = T(T+1) |\phi_0\rangle \end{aligned} \quad (9)$$

d'où  $T = -T_3 = \frac{1}{2} (N-Z)$ . Ainsi l'isospin de ce noyau, dans son état fondamental est  $T = \frac{1}{2} (N-Z)$  et la projection de l'isospin est  $T_3 = \frac{1}{2} (Z-N)$ . Ce résultat n'est essentiellement pas modifié

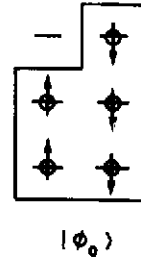


Figure 1

lorsque l'on tient compte des interactions et c'est là bien entendu que réside l'utilité du concept d'isospin. Séparons l'hamiltonien du noyau en deux parties :

$$H = H_N + H_{Cb} \quad (10)$$

où  $H_N$  contient l'énergie cinétique et les interactions fortes tandis que  $H_{Cb}$  est l'interaction coulombienne. Les propriétés de symétrie et d'invariance de charge des interactions nucléaires peuvent se résumer dans la relation :

$$[H_N, \vec{T}] = 0 \quad (11)$$

qui montre que si l'on ignore l'interaction coulombienne (très faible par rapport aux forces nucléaires), les états des noyaux (états fondamentaux et excités) sont états propres de l'isospin.

Les quarks dont sont constitués les nucléons et dont nous reparlerons dans la section 4, sont comme les nucléons des particules d'isospin  $\frac{1}{2}$ . Deux types de quarks sont présents dans le nucléon, notés respectivement  $|u\rangle$  et  $|d\rangle$  (pour up et down). La projection de l'isospin du quark  $|u\rangle$  est  $+\frac{1}{2}$ , celle du quark  $|d\rangle$   $-\frac{1}{2}$  :

$$t_3 |u\rangle = \frac{1}{2} |u\rangle \quad t_3 |d\rangle = -\frac{1}{2} |d\rangle \quad (12)$$

## 1.2. Excitations isovectorielles

On désigne sous ce nom les excitations induites par un opérateur du type suivant :

$$F_\mu = \sum_{i=1}^A f(x_i) \tau_\mu(i) \quad (\mu = \pm, 0) \quad (13)$$

où les matrices  $\tau_\mu$  sont reliées aux matrices  $t_i$  introduites dans la section 1.1 par :

$$\tau_i = 2 t_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad \tau_\pm = \sqrt{2} t_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_1 \pm i\tau_2) \quad (14)$$

L'action de l'opérateur  $F_\mu$  sur un état  $|T, -T\rangle$   $\left( T = \frac{1}{2} (N-Z), T_3 = -\frac{1}{2} (N-Z) \right)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} F_\mu |T, -T\rangle &= \sum_{T'M'} \langle T'M' | F_\mu | T, -T \rangle |T'M'\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{T'M'} \langle T' || F || T \rangle \begin{bmatrix} 1 & T & T' \\ \mu & -T & M' \end{bmatrix} |T'M'\rangle \end{aligned} \quad (15)$$

où nous avons utilisé le théorème de Wigner-Eckart et  $\langle T' || F || T \rangle$  est un élément de matrice réduit. Les coefficients de Clebsch-Gordan apparaissant dans (15) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \mu = -1 & \quad \begin{bmatrix} 1 & T & T' \\ -1 & -T & -T-1 \end{bmatrix}^2 = 1 & \quad T' = T+1 \\
 \mu = 0 & \quad \begin{bmatrix} 1 & T & T' \\ 0 & -T & -T \end{bmatrix} = \begin{cases} \frac{T}{T+1} & \text{si } T' = T \\ \frac{1}{T+1} & \text{si } T' = T+1 \end{cases} \\
 \mu = 1 & \quad \begin{bmatrix} 1 & T & T' \\ 1 & -T & -T+1 \end{bmatrix}^2 = \begin{cases} \frac{1}{(T+1)(2T+1)} & \text{si } T' = T+1 \\ \frac{1}{T+1} & \text{si } T' = T \\ \frac{2T-1}{2T+1} & \text{si } T' = T-1 \end{cases} \quad (16)
 \end{aligned}$$

Les expressions (16) montrent que dans la limite des grands isospins, les transitions induites par l'opérateur  $F_\mu$  se font préférentiellement vers un seul état, d'isospin  $T' = T - \mu$  (voir figure 2), les transitions vers les états d'isospin différent de  $T' = T - \mu$  étant atténuées d'un facteur  $\propto \frac{1}{T}$ . (Par exemple, pour le noyau  $^{208}\text{Pb}$ ,  $T = \frac{1}{2} (126-82) = 22$ ,  $\frac{1}{T} \sim 0.04$ ).

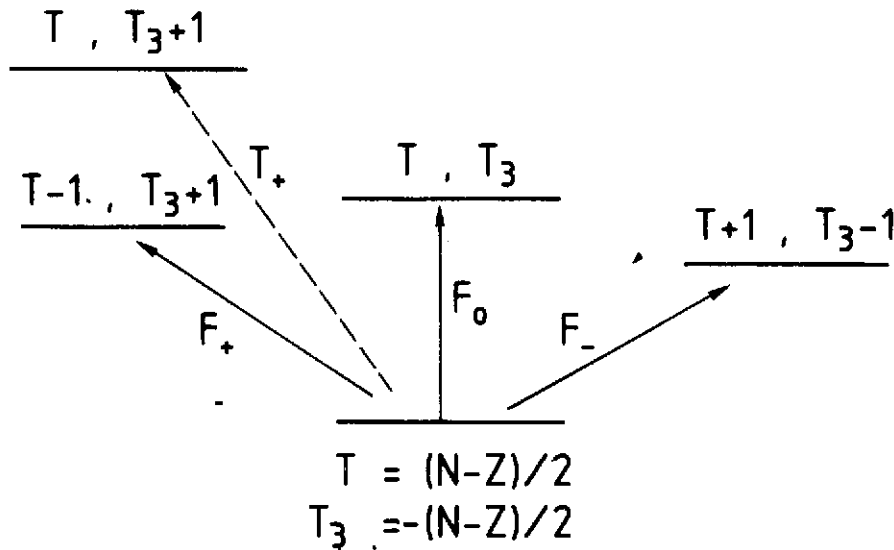


Figure 2

Schéma indiquant l'isospin des états atteints à partir de l'état  $|T, -T\rangle$  par action des opérateurs  $F_+$ ,  $F_0$  et  $F_-$ . On suppose  $T \gg 1$  et la position relative des niveaux est arbitraire. On a indiqué en tirets la transition correspondant à la résonance isobarique analogue.

Nous donnons dans la table (table 1) ci-dessous quelques exemples de processus impliquant les opérateurs  $F_+$ ,  $F_-$  et  $F_0$ .

$F_+$	$F_0$	$F_-$
réactions : (p,n)( $^3\text{He}$ ,t) ( $\pi^+$ , $\pi^0$ ) désintégration $\beta^-$	réactions : (p,p')( $\gamma$ , $\gamma'$ ) (e,e')	réactions : (n,p)(t, $^3\text{He}$ ) ( $\pi^-$ , $\pi^0$ ) désintégration $\beta^+$ capture de $\mu^-$

Table 1

Parmi les opérateurs  $F_\mu$ , deux types vont jouer un rôle important dans notre discussion.

Ce sont :

$$F_\mu = \sum_{i=1}^A \tau_\mu(i) \quad (\text{opérateur de Fermi}) \quad (17)$$

$$F_\mu = \sum_{i=1}^A \sigma_0(i) \tau_\mu(i) \quad \begin{cases} \mu=0 & \text{opérateur de Gamov-Teller} \\ \mu=\pm 1 & \text{opérateur MI isovecteur} \end{cases} \quad (18)$$

où  $\sigma_0(i)$  est la matrice de Pauli  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  agissant sur l'état de spin du nucléon  $i$ . Notons que les opérateurs (17) qui induisent les transitions de Fermi ne sont rien d'autre que les trois composantes de l'isospin total. Comme  $\langle T' || \vec{T} || T \rangle = 0$  si  $T' \neq T$ , seuls les opérateurs  $T_+$  et  $T_0$  peuvent induire des excitations de l'état  $|T, -T\rangle$ .

### 1.3. Résonance isobarique analogue

Cet état observé comme une résonance très étroite dans les réactions (p,n) peut être décrit comme résultant de l'action de l'opérateur  $T_+$  sur l'état fondamental  $|\psi_0\rangle \equiv |T, -T\rangle$ .

Calculons l'énergie d'excitation de cette résonance par rapport à l'énergie de l'état  $|\psi_0\rangle$  :

$$E_{\text{RIA}} = \frac{\langle \psi_0 | T_- H T_+ | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_- T_+ | \psi_0 \rangle} - \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle \quad (19)$$

On a :

$$\begin{aligned} \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle &= \frac{\langle \psi_0 | T_- T_+ | \psi_0 \rangle \langle \psi_0 | H | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_- T_+ | \psi_0 \rangle} \\ &= \frac{\langle \psi_0 | T_- T_+ H | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_- T_+ | \psi_0 \rangle} \end{aligned}$$

puisque  $|\psi_0\rangle$  est état propre de  $H$ . Reportant ce résultat dans (19) il vient :



$$\begin{aligned}
E_{\text{RIA}} &= \frac{\langle \psi_0 | T_{-} H T_{+} - T_{-} T_{+} H | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_{-} T_{+} | \psi_0 \rangle} = \frac{\langle \psi_0 | T_{-} [H, T_{+}] | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_{-} T_{+} | \psi_0 \rangle} \\
&= \frac{\langle \psi_0 | T_{-} [H_{\text{cb}}, T_{+}] | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_{-} T_{+} | \psi_0 \rangle} \\
&= \frac{\langle \psi_0 | T_{-} H_{\text{cb}} T_{+} | \psi_0 \rangle}{\langle \psi_0 | T_{-} T_{+} | \psi_0 \rangle} - \langle \psi_0 | H_{\text{cb}} | \psi_0 \rangle
\end{aligned} \quad (20)$$

où nous avons utilisé (10) et (11) pour obtenir la seconde ligne et le fait que  $|\psi_0\rangle$  est état propre de  $T_{-} T_{+}$  pour obtenir la troisième. L'équation (20) montre que l'énergie de la résonance isobarique analogue est déterminée entièrement par la différence d'énergie coulombienne entre les deux noyaux  $(N, Z)$  et  $(N-1, Z+1)$ . Nous pouvons estimer simplement  $E_{\text{RIA}}$  en prenant pour expression de l'énergie coulombienne :

$$E_{\text{cb}} = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_c} \sim 0.7 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (\text{MeV}) \quad (21)$$

Dans ce cas :

$$\begin{aligned}
E_{\text{RIA}} &= E_{\text{cb}}(Z+1) - E_{\text{cb}}(Z) \simeq \frac{\partial E_{\text{cb}}}{\partial Z} \Big|_A = \frac{6}{5} \frac{Z e^2}{R_c} \\
&= 1.4 Z A^{-1/3} \quad (\text{MeV})
\end{aligned} \quad (22)$$

ce qui donne pour le noyau  $^{209}\text{Pb}$ ,  $E_{\text{RIA}} \sim 19 \text{ MeV}$ .

#### 1.4. Règle de somme pour les transitions Gamov-Teller

Les transitions de Gamov-Teller sont induites par les opérateurs  $F_{\pm}$  définis en (18).

Formons la combinaison :

$$\begin{aligned}
S_{E_{-}} - S_{E_{+}} &= \sum_n |\langle \psi_n | \sum_{i=1}^A \sigma_o(i) t_{+}(i) | \psi_0 \rangle|^2 \\
&\quad - \sum_m |\langle \psi_m | \sum_{i=1}^A \sigma_o(i) t_{-}(i) | \psi_0 \rangle|^2
\end{aligned} \quad (23)$$

où les états  $|\psi_n\rangle$  et  $|\psi_m\rangle$  sont les états excités pouvant être atteints respectivement par action des opérateurs  $\sigma t_{+}$  (transitions  $\beta_{-}$ ) et  $\sigma t_{-}$  (transitions  $\beta_{+}$ ). Le premier terme de (23) peut être transformé de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
\sum_n |\langle \psi_n | \sum_{i=1}^A \sigma_o(i) t_{+}(i) | \psi_0 \rangle|^2 &= \langle \psi_0 | \sum_{i=1}^A \sigma_o(i) t_{-}(i) \sum_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \sum_{j=1}^A \sigma_o(j) t_{+}(j) | \psi_0 \rangle \\
&= \langle \psi_0 | \sum_{i,j=1}^A \sigma_o(i) \sigma_o(j) t_{-}(i) t_{+}(j) | \psi_0 \rangle
\end{aligned} \quad (24)$$

où nous avons utilisé la relation de fermeture :  $\sum_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| = 1$ . Opérant de même pour le second

terme et regroupant les résultats, on obtient :

$$\begin{aligned}
 S_{\beta_-} - S_{\beta_+} &= \langle \psi_0 | \sum_{i,j=1}^A \sigma_0(i) \sigma_0(j) [t_-(i), t_+(j)] | \psi_0 \rangle \\
 &= \langle \psi_0 | \sum_{i,j=1}^A \sigma_0(i) \sigma_0(j) (-2t_3(i)) \delta_{ij} | \psi_0 \rangle \\
 &= -2 \langle \psi_0 | T_3 | \psi_0 \rangle
 \end{aligned} \tag{25}$$

où l'on a utilisé (4) et  $(\sigma_0(i))^2 = 1$ . Si  $|\psi_0\rangle$  est l'état fondamental d'un noyau  $(N, Z)$ , on a  $T_3 |\psi_0\rangle = \frac{1}{2} (Z - N)$  et par conséquent :

$$S_{\beta_-} - S_{\beta_+} = N - Z \tag{26}$$

Ce résultat très simple joue un rôle important dans l'analyse des réactions  $(p, n)$ .

## 2. REVUE DE QUELQUES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans cette section, nous présentons brièvement quelques résultats expérimentaux. (Voir l'exposé de Sydney Gales pour une discussion plus approfondie). Notre objectif est double. D'une part nous tenons à illustrer les phénomènes observés récemment dans les expériences  $(p, n)$ ,  $(p, p')$  et  $(^3\text{He}, t)$ . D'autre part nous voulons montrer que ces résultats récents, ainsi que d'autres plus anciens, mettent en évidence, de façon systématique, une *atténuation des transitions Gamov-Teller ou M1 isovectorielles*.

### 2.1. Sections efficaces à l'approximation de Born et réponse linéaire

Considérons la diffusion d'un nucléon par un noyau (ex :  $(p, n)$ ,  $(p, p')$ ), à l'approximation de Born. Le processus est schématisé sur la figure 3. L'état du nucléon avant la collision  $|\vec{k}_i, \sigma_i, \tau_i\rangle$ , est caractérisé par son impulsion  $\vec{k}_i$ , son spin  $\sigma_i$  et son isospin  $\tau_i$ . Après la collision cet état est  $|\vec{k}_f, \sigma_f, \tau_f\rangle$ . Au cours de la collision, le noyau passe de son état fondamental  $|\psi_0\rangle$  d'énergie  $E_0$  à un de ses états excités  $|\psi_n\rangle$  d'énergie  $E_n$ . Pour simplifier on ignorera le recul du noyau au cours de la collision. La probabilité de transition par unité de temps pour passer de l'état initial  $|i\rangle = |\psi_0; \vec{k}_i, \sigma_i, \tau_i\rangle$  à l'état final  $|f\rangle = |\psi_n; \vec{k}_f, \sigma_f, \tau_f\rangle$ , est donné par la règle

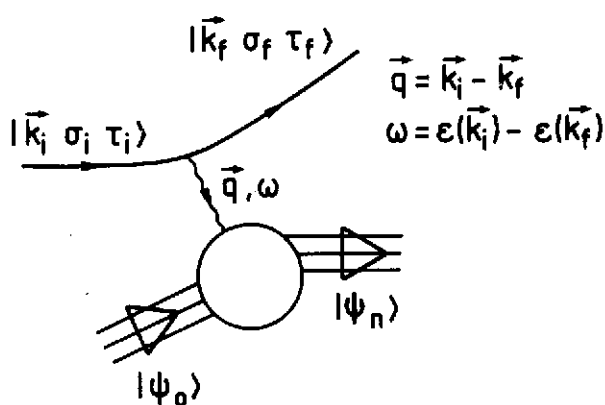


Figure 3

d'or de Fermi :

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle|^2 \delta(E_n - E_o - \varepsilon(k_i) + \varepsilon(k_f)) \quad (27)$$

où  $H_{\text{int}}$  est l'hamiltonien qui décrit l'interaction entre le nucléon et le noyau. Cet hamiltonien a la forme suivante :

$$H_{\text{int}} = \sum_{i=1}^A H(\vec{r}_{0T}, \vec{\sigma}_i, \tau_i) \\ H_{\text{int}}(\vec{r}_{0T}, \vec{r}_i, \vec{\sigma}_i, \tau_i) = V_o(\vec{r}-\vec{r}_i) + V_o(\vec{r}-\vec{r}_i) \vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma}_i + V_T(\vec{r}-\vec{r}_i) \vec{\tau} \cdot \vec{\tau}_i \\ + V_{\sigma T}(\vec{r}-\vec{r}_i) \vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma}_i \vec{\tau} \cdot \vec{\tau}_i + V_{\text{spin-orbite}} + V_{\text{tenseur}} \quad (28)$$

Notons que l'échange de pions donne une contribution importante à  $V_T$  et  $V_{\sigma T}$ <sup>14</sup>. Considérons tout d'abord la partie centrale  $V_o(\vec{r}-\vec{r}_i)$  et calculons sa contribution à l'élément de matrice qui figure dans (27). Il vient :

$$\langle f | V_o | i \rangle = \int d^3r e^{-i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} \langle \psi_n | \sum_{j=1}^A V_o(\vec{r}-\vec{r}_j) | \psi_o \rangle e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \delta_{\sigma_i \sigma_f} \delta_{\tau_i \tau_f} \\ = \langle \psi_n | \sum_{j=1}^A e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j} | \psi_o \rangle V_o(\vec{q}) \delta_{\sigma_i \sigma_f} \delta_{\tau_i \tau_f} \quad (29)$$

où  $\vec{q}$  est l'impulsion transférée au noyau (voir figure 3) et :

$$V_o(\vec{q}) = \int d^3r e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} V_o(\vec{r}) \quad (30)$$

La section efficace du processus dans lequel on mesure la direction de la particule émise et son énergie est obtenue en divisant la probabilité de transition par le flux incident  $\frac{\hbar k_i}{m}$  et en sommant sur tous les états finaux possibles :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_x} = \left( \frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \frac{k_f}{k_i} |V_o(q)|^2 \sum_n |\langle \psi_n | \sum_{j=1}^A e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j} | \psi_o \rangle|^2 \delta(E_n - E_o - \hbar\omega) \quad (31)$$

où  $E_x$  est l'énergie d'excitation du noyau (=  $\hbar\omega$  puisqu'on néglige le recul). La section efficace (31) se factorise donc en trois termes bien distincts : le premier est d'origine purement cinématique, le second est le module carré de la transformée de Fourier du potentiel d'interaction, enfin le troisième, qui contient toute l'information sur la structure nucléaire, est relié à la partie imaginaire d'une fonction de réponse dont nous donnerons une définition précise dans la section 5.

L'analyse que nous venons de présenter pour la partie centrale  $V_o(\vec{r}-\vec{r}_j)$  du potentiel d'interaction peut être répétée pour les autres composantes de  $H_{\text{int}}$  (28). Considérons par exemple la composante  $V_T(\vec{r}-\vec{r}_j) \vec{\tau} \cdot \vec{\tau}_j$  et calculons son élément de matrice entre les états initiaux et

finiaux du nucléon dans une réaction (p,n) :

$$\begin{aligned}
 \langle \vec{k}_f \sigma_f \tau_f | &= -\frac{1}{2} \left| \sum_{j=1}^A v_{\tau}(\vec{r}-\vec{r}_j) \vec{\tau}_j \right| \vec{k}_i \sigma_i \tau_i \rangle = +\frac{1}{2} \rangle \\
 &= v_{\tau}(q) \delta_{\sigma_f \sigma_i} \langle -\frac{1}{2} \left| \vec{\tau} \right| \frac{1}{2} \rangle \cdot \sum_{j=1}^A \tau_j e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j} \\
 &= v_{\tau}(q) \delta_{\sigma_f \sigma_i} \sqrt{2} \sum_{j=1}^A \tau_+(j) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j} \quad (32)
 \end{aligned}$$

où nous avons utilisé la relation :  $\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}(j) = \tau_3 \tau_3(j) + \tau_+ \tau_+(j) + \tau_- \tau_-(j)$  et les relations de la section 1.1. Il convient de prendre garde aux notations :  $\tau$  peut désigner une des matrices de Pauli (14) (comme dans  $\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}_j$ ) où la troisième composante de l'isospin (comme dans  $\langle \vec{k} \sigma \tau \rangle$ ). A la limite des faibles transferts d'impulsion ( $qR \ll 1$ ) on peut remplacer par 1 les facteurs  $e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j}$ . On reconnaît alors dans l'opérateur (32) un opérateur de Fermi (17). De la même façon on montre que, à la limite des faibles transferts d'impulsion, la composante  $V_{\sigma\tau}$  de l'interaction engendre des transitions de type Gamov-Teller ou M1.

## 2.2. Réactions (p,n) et résonance Gamov-Teller<sup>2-9</sup>

La figure 4 illustre le type de résultats obtenus dans une réaction (p,n) à 0° sur le noyau  $^{208}\text{Pb}$ . On observe un pic très prononcé à une énergie d'excitation de l'ordre de 15 MeV. Dans le noyau  $^{208}\text{Pb}$  ce pic est en fait la superposition de deux résonances : la résonance isobarique analogue (IAS) et la résonance Gamov-Teller (GT). Les distributions angulaires montrent que la section efficace décroît très rapidement avec l'angle de diffusion, propriété caractéristique d'un état de moment angulaire orbital  $L = 0$ .

De la mesure des sections efficaces on peut tirer une estimation de la force Gamov-Teller (terme  $S_{\Sigma}$  dans (23)) contenue dans la résonance. Le résultat de cette étude est illustré par la figure 5 : seulement la moitié de la règle de somme (26) est observée.

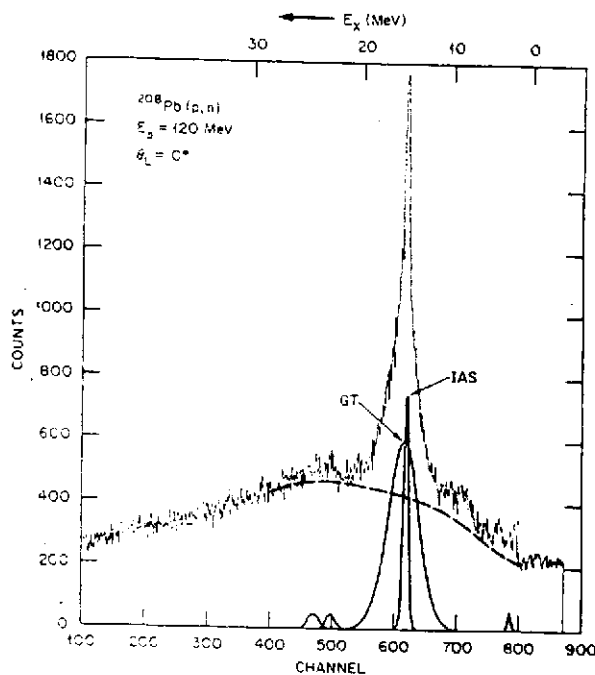


Figure 4

Exemple de résonances Gamov-Teller et isobarique analogue observées dans une réaction (p,n) à  $\theta = 0^\circ$  sur le noyau  $^{208}\text{Pb}$ . (Tiré de la référence [7]).

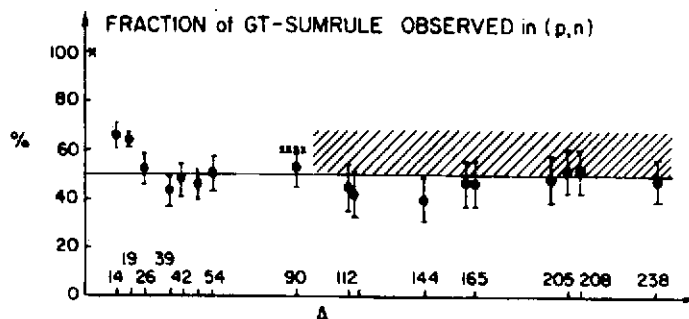


Figure 5

Fraction de la règle de somme observée dans les réactions (p,n). (Tiré de la référence 3). La région hachurée indique l'incertitude liée à l'extraction du bruit de fond.

### 2.3. Réactions (p,p') et résonance M1<sup>16</sup>

La figure 6 présente un exemple de résonance M1 isovectorielle observée dans la diffusion de protons à très petits angles sur les isotopes du noyau  $^{90}\text{Zr}$ .

L'analyse des résultats d'expériences de ce type, effectuées sur plusieurs noyaux, montre que l'on n'observe seulement 30% de la force M1 prévu par le modèle des couches.

### 2.4. Diffusion d'électrons et transitions M1 et M2<sup>12,13</sup>

L'opérateur moment magnétique peut s'écrire de la façon suivante où l'on a séparé une partie isoscalaire et une partie isovectorielle :

$$\vec{\mu} = \left[ \frac{1}{2} g_l^p \vec{l} + \frac{1}{2} (g_s^n + g_s^p) \vec{s} \right] + \left[ \frac{1}{2} g_l^p \vec{l} + \frac{1}{2} (g_s^p - g_s^n) \vec{s} \right] \tau_3 \quad (33)$$

les facteurs gyromagnétiques sont :

$$g_l = \begin{cases} 1 & (p) \\ 0 & (n) \end{cases} \quad g_s = \begin{cases} 5.58 & (p) \\ -3.82 & (n) \end{cases} \quad (34)$$

de sorte que la partie isovectorielle de  $\vec{\mu}$  est

la plus importante :

$$\frac{1}{2} (g_s^p + g_s^n) = 0.88 \quad \frac{1}{2} (g_s^p - g_s^n) = 4.7 \quad (35)$$

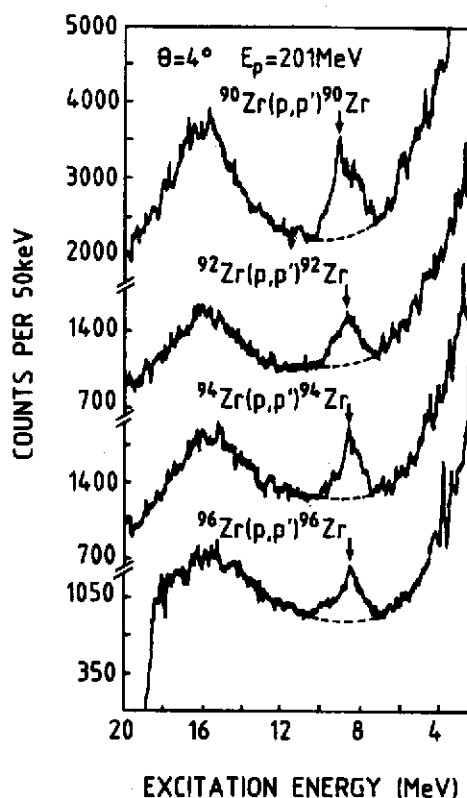


Figure 6

Spectres des protons diffusés sur les noyaux  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{92}\text{Zr}$ ,  $^{94}\text{Zr}$  et  $^{96}\text{Zr}$  à  $4^\circ$ . Les flèches indiquent les centroïdes des résonances M1. (Tiré de la réf. 16).

En fait, pour une excitation de neutron pure, la partie orbitale disparaît et  $\vec{\mu}$  est à une bonne approximation proportionnel à l'opérateur  $\sigma_3$ . Dans ce cas il est possible de comparer les résultats obtenus dans les diverses réactions (e,e'), (p,p') et (p,n) (voir par ex. [3]).

Les résultats de la diffusion d'électron mettent en évidence une atténuation des transitions M1 et M2 que l'on peut attribuer à une diminution  $\delta g_s$  du facteur gyromagnétique  $g_s$ . Cette diminution, de l'ordre de 50%, est en accord avec celle obtenue dans l'analyse des moments magnétiques statiques (voir la figure 7).

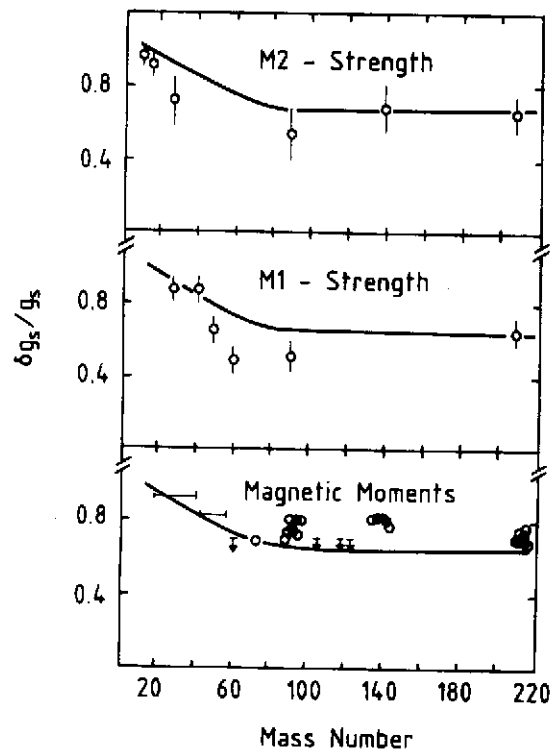


Figure 7

Diminution relative  $\delta g_s / g_s$  du facteur gyromagnétique effectif mesuré, dans les transitions M1 et M2 induites par diffusion d'électrons, et dans les moments magnétiques. (Tiré de la réf. 13).

## 2.5. Moments magnétiques

Le moment magnétique d'un noyau dans un état de moment angulaire  $I, M$  est défini par :

$$\mu = \langle I M=I | \mu_z | I M=I \rangle \quad (36)$$

où  $\mu_z$  est la troisième composante du vecteur (33).

Pour un noyau à couches complètes plus ou moins un nucléon dans une orbitale  $|l j m\rangle$  on a<sup>41</sup> :

$$\mu_{sp} = j \left\{ g_l \mp (g_s - g_l) \frac{1}{2l+1} \right\} \quad j = l \pm \frac{1}{2} \quad (37)$$

Dans la table 2, nous analysons deux exemples dans la région du noyau  $^{208}\text{Pb}$ .

	$(\tau) \text{ ljm}$	$\mu_{\text{obs}}$	$\mu_{\text{sp}}$	$\delta_{\mu}$	$\delta g_s / g_s$
$^{208}\text{Pb}$	$(n) f^{-1} 5/2$	$0.65 \pm 0.05$	1.37	0.77	-0.56
$^{209}\text{Bi}$	$(p) h 9/2$	4.08	2.62	-1.46	+0.64

Table 2

Moments magnétiques des deux noyaux  $^{207}\text{Pb}$  et  $^{209}\text{Bi}$ .  $\mu_{\text{obs}}$  et  $\mu_{\text{sp}}$  sont respectivement le moment observé et le moment calculé à l'aide de l'équation (37) (en unité  $\frac{e\hbar}{2mc}$ ).  $\delta_{\mu} = \mu_{\text{sp}} - \mu_{\text{obs}}$ .

On peut traduire la différence  $\delta_{\mu}$  entre le moment magnétique calculé et le moment magnétique observé en terme d'une modification du facteur gyromagnétique  $g_s$ . De la formule (37), on tire :

$$\delta_{\mu} = -j \left( \frac{\delta g_s}{g_s} \right) \frac{g_s}{2j+1} \quad (38)$$

Les valeurs de  $\left( \frac{\delta g_s}{g_s} \right)$  requises pour expliquer les résultats sont donnés dans la deuxième colonne de la table 2. Ces valeurs sont consistantes avec celles obtenues dans les analyses systématiques présentées dans les réfs<sup>13,43</sup> (voir aussi les réfs. 19 et 25).

Nous retiendrons la nature isovectorielle de la correction et son ordre de grandeur :

$$\left( \frac{\delta g_s}{g_s} \right)_{\text{isovecteur}} \sim -0.5 \quad (39)$$

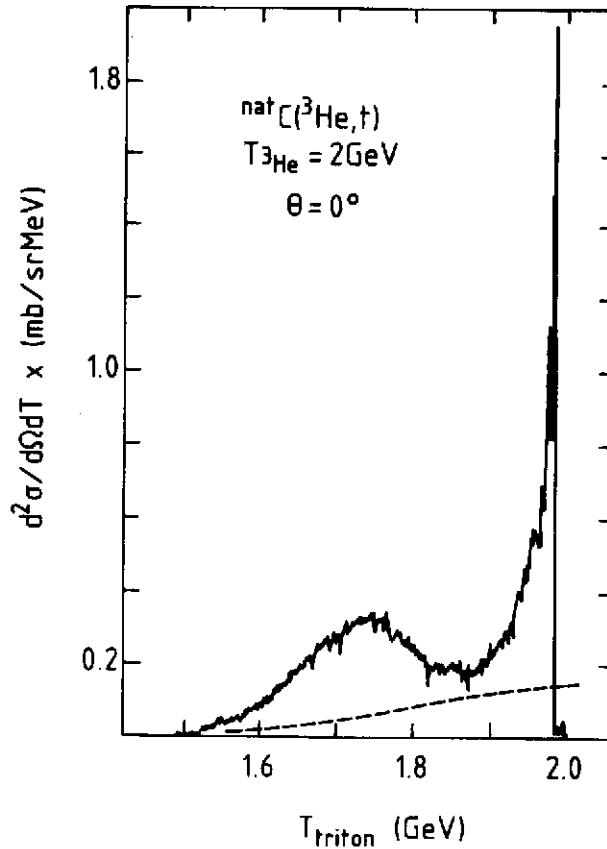
## 2.6. Réactions ( $^3\text{He}, t$ ) et excitations des résonances $\Delta$ <sup>15</sup>

La figure 8 ci-contre tirée de la réf. 15, montre un exemple de section efficace pour la réaction ( $^3\text{He}, t$ ) à 2 GeV sur un noyau de carbone. On y voit une bosse très prononcée à une énergie d'excitation de l'ordre de 300 MeV. Cette bosse correspond à l'excitation de résonances  $\Delta$  dans le noyau de carbone.

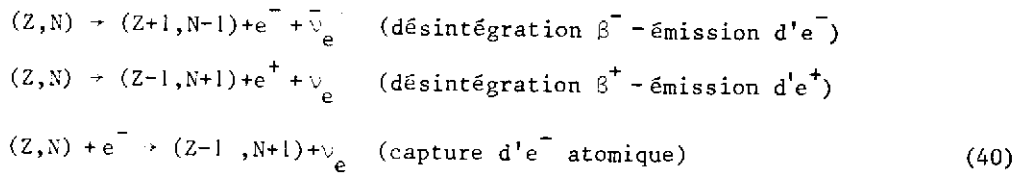
## 3. DESINTEGRATION $\beta$

La transformation d'un neutron en proton, ou vice versa, sous l'effet de l'interaction faible,

**Figure 8**  
 Section efficace pour  
 la réaction  $(^3\text{He}, t)$   
 sur le noyau de carbone.



se manifeste dans les noyaux dans trois types de phénomènes :



Les processus élémentaires correspondants sont :



Seul le processus (41a) est autorisé pour un nucléon libre ( $m_n c^2 > m_p c^2$ ). Les processus (41b) et (41c) sont parfois possibles dans les noyaux.

Notons que la désintégration  $\beta$  se fait pratiquement sans transfert d'impulsion. En effet la longueur d'onde de l' $e^-$  émis est très grande devant le rayon d'un noyau ( $R \sim 7\text{fm}$ ). Typiquement l'énergie de l'électron émis est de l'ordre de 1 MeV, soit  $p_e \sim 1.5 \text{ MeV}/c$ . On en déduit :

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar}{p} \approx \frac{197.3}{1.5} \approx 130 \text{ fm} > R \tag{42}$$



### 3.1. Calcul du taux de désintégration

Le taux de désintégration  $\beta^-$  se calcule à partir de la règle d'or de Fermi :

$$dW_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle|^2 \frac{d^3 k_e}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_\nu}{(2\pi)^3} \delta(E_0 - E_e - E_\nu) \quad (43)$$

où  $E_0$  est l'énergie libérée par la désintégration,  $\hbar k_e$  est l'impulsion de l'électron émis et  $\hbar k_\nu$  celle du neutrino. Le nombre de transitions par unité de temps s'obtient en intégrant  $dW_{i \rightarrow f}$  sur les directions et les énergies du neutrino et de l'électron. Il est commode de se ramener à une intégrale sans dimension et d'isoler les constantes physiques ( $\hbar, c, \dots$ ) et les facteurs  $\pi$ . Pour ce faire, définissons un élément de matrice  $|M_{fi}|$  sans dimension :

$$|\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle|^2 = g^2 |M_{fi}|^2 \quad (44)$$

et exprimons toutes les énergies en unités  $m_e c^2$  où  $m_e$  est la masse de l'électron. Il vient :

$$\begin{aligned} W_{i \rightarrow f} &= \frac{2\pi}{\hbar} g^2 |M_{fi}|^2 \left( \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \right)^2 \left( \frac{m_e c}{\hbar} \right)^6 \frac{1}{mc^2} f(E_0, Z) \\ &= \frac{g^2 m_e c}{2\pi \hbar^7} |M_{fi}|^2 f(E_0, Z) \end{aligned} \quad (45)$$

où  $f(E_0, Z)$  est une intégrale sans dimension qui dépend de  $E_0$  et de la charge  $Z$  du noyau. (Cette dépendance en  $Z$  ne résulte pas du calcul schématisé ci-dessus. Elle s'introduit lorsque l'on tient compte de la modification des fonctions d'onde électroniques due aux protons du noyau). Il est d'usage de porter dans les tables la valeur du produit de cette fonction  $f(E_0, Z)$ , que l'on sait calculer, par la demi-vie  $t_{1/2}$ , que l'on mesure, et qui est reliée à  $W_{fi}$  par :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{W_{fi}} \quad (46)$$

La relation (45) peut se réécrire ainsi :

$$(f t_{1/2}) |M_{fi}|^2 = \frac{2\pi \hbar^7 \ln 2}{g m_e c^4} \quad (47)$$

montrant que le produit du carré de l'élément de matrice par la combinaison  $(ft)$  est une constante universelle.

### 3.2. L'élément de matrice $M_{fi}$

L'opérateur qui réalise la transformation  $n \leftrightarrow p$  ne dépend pas des coordonnées d'espace, mais seulement de l'isospin et éventuellement du spin. On retrouve donc les deux opérateurs de Fermi et de Gamov-Teller introduits dans les équations (17) et (18). Nous noterons les éléments

de matrice correspondants aux transitions de Fermi ou de Gamov-Teller de la façon suivante :

$$|M_F|^2 = \frac{1}{2J_i+1} \sum_{f,i} \left| \langle f | \sum_{k=1}^A t_{\pm}(k) | i \rangle \right|^2 \quad (48)$$

$$|M_{GT}|^2 = \frac{1}{2J_i+1} \sum_{f,i} \left| \langle f | \sum_{k=1}^A t_{\pm}(k) \sigma_{\mu}(k) | i \rangle \right|^2 \quad (49)$$

où  $\sum_{f,i}$  est une somme sur les états de spin initiaux et finaux. L'élément de matrice total  $|M_{fi}|^2$  s'écrit :

$$|M_{fi}|^2 = |M_F|^2 + g_A^2 |M_{GT}|^2 \quad (50)$$

ou, réintroduisant la constante  $g^2$  (eq. 44) :

$$|\langle f | H_{int} | i \rangle|^2 = g^2 [ |M_F|^2 + g_A^2 |M_{GT}|^2 ] \quad (50 \text{ bis})$$

La constante  $g^2$  (constante de Fermi), de dimension  $\text{MeV} \cdot \text{fm}^3$ , mesure l'intensité des transitions de Fermi. La constante  $g_A$ , sans dimension, mesure l'intensité relative des couplages de type Gamov-Teller et Fermi.

### 3.3. Exemple de transition de Fermi

Considérons la transition  $\beta^+$  de l'état fondamental de  $^{16}\text{O}$  à l'état excité de  $^{16}\text{N}$  :

$$^{16}\text{O} \rightarrow ^{16}\text{N}^* (2.31 \text{ MeV}) \quad (51)$$

Il s'agit d'une transition  $0^+ \rightarrow 0^+$  et donc seul l'opérateur de Fermi y contribue. Les deux états ont même isospin  $T = 1$ . La projection de l'isospin de  $^{16}\text{O}$  est  $T_3 = \frac{1}{2} (Z-N) = 1$ . On en déduit :

$$\begin{aligned} |M_F|^2 &= |\langle T=1, T_3=0 | T_{\pm} | T=1, T_3=1 \rangle|^2 \\ &= T(T+1) - T_3(T_3-1) = 2 \end{aligned} \quad (52)$$

La valeur du produit  $(ft)$  pour cette transition est 3130 sec (réf. 41).

En reportant ces résultats dans la formule (47) on obtient :

$$\frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln^2}{g^2 m_e^2 c^4} = 6260 \text{ sec} \quad (53)$$

d'où l'estimation de la constante de Fermi :

$$g^2 = 8.71 \times 10^{-5} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3 \left( = \frac{10^{-5}}{m_p^2} \right) \quad (54)$$

Notons que la théorie prévoit que la valeur du produit  $ft$  doit être la même pour toutes les transitions de type Fermi faisant passer d'un état  $T=1, T_3=1$  à un état  $T=1, T_3=0$ , ceci quelle que soit la nature des états en question : seul l'isospin intervient dans le calcul de l'élément de matrice. C'est bien en effet ce que l'on observe dans les noyaux (voir par exemple

la table 1.10 p. 52 de la réf. 41), mais aussi dans d'autres systèmes. Par exemple la valeur du produit (ft) pour la désintégration  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$  est  $3190 \pm 320$  sec, en remarquable accord avec la valeur mentionnée plus haut pour la désintégration de  ${}^{16}\text{O}$ . Il y a là une très belle illustration de la validité du concept d'isospin.

### 3.4. Exemple de transition de Gamov-Teller

Comme exemple simple considérons la désintégration  $\beta^-$  du neutron et calculons l'élément de matrice Gamov-Teller  $|M_{GT}|^2$  défini en (49). Il vient successivement :

$$\begin{aligned} |M_{GT}|^2 &= \frac{1}{2J_i+1} \sum_{\mu} \sum_{f,i} |\langle f | \sigma_{\mu} t_+ | i \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\mu} \sum_{m_f m_i} |\langle m_f | \sigma_{\mu} | m_i \rangle|^2 \quad (\langle p | t_+ | n \rangle = 1) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m_f} \langle m_f | \sum_{\mu} (\sigma_{\mu})^2 | m_f \rangle = \frac{3}{2} \sum_{m_f} \langle m_f | m_f \rangle = 3 \end{aligned} \quad (55)$$

Ce résultat n'est rien d'autre que la règle de somme (26). ( $S_{\beta_+} = 0$  pour un neutron et  $N-Z=1$  ; le facteur 3 provient de ce que l'on a additionné les trois composantes de l'opérateur  $\sigma_{\mu}$  alors que seule la composante  $\sigma_0$  est prise en compte dans (26)). L'élément de matrice total pour la désintégration  $\beta^-$  du neutron s'écrit donc :

$$|M_F|^2 + g_A^2 |M_{GT}|^2 = 1 + 3g_A^2 \quad (56)$$

puisque  $|M_F|^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - 1 \right) = 1$ . La valeur du produit ft pour la désintégration du neutron est 1092 sec. Combinant (47) et (53) on en déduit :

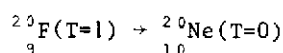
$$1 + 3g_A^2 = \frac{6260}{1092} = 5,73$$

d'où :

$$g_A = 1.25 \quad (57)$$

### 3.5. Atténuation des transitions de Fermi et de Gamov-Teller

Considérons la transition suivante :



L'élément de matrice de Fermi associée à cette transition est nul ( $\Delta T \neq 0$ ). Cependant, on observe expérimentalement  $|M_F|^2 \sim 4 \cdot 10^{-6}$ . Ce résultat est typique de nombreuses transitions et peut-être compris à l'aide du schéma de niveaux de la figure 9. En l'absence d'interaction

coulombienne, l'état fondamental  $|0\rangle$  du noyau  $(N, Z)$  et l'état isobarique analogue  $T_+|0\rangle$  sont dégénérés. Toute l'intensité des transitions de Fermi est concentrée dans la résonance isobarique analogue. L'effet de l'interaction coulombienne est double : d'une part elle augmente l'énergie de la résonance isobarique analogue d'une quinzaine de MeV, rendant toute transition de Fermi vers cet état énergétiquement impossible ; d'autre part elle introduit un faible mélange d'isospin dans l'état fondamental du noyau  $(Z+1, N-1)$  grâce auquel la désintégration  $\beta^-$  peut avoir lieu.

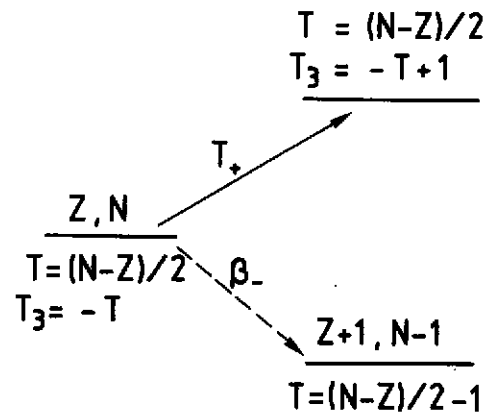


Figure 9

On observe également une atténuation importante des transitions Gamov-Teller dans les noyaux  $N \neq Z$ . Le facteur d'atténuation est de l'ordre de 0.08 à 0.004. (voir réf. 42 p. 799). Raisonnant par analogie avec le cas des transitions de Fermi, Ikeda, Fujii et Fujita<sup>1</sup> ont, dès 1963, formulé l'hypothèse d'une résonance Gamov-Teller située à haute énergie d'excitation et épuisant une grande fraction de la règle de somme Gamov-Teller. Cette idée a reçu une brillante confirmation récemment grâce aux expériences  $(p, n)$ . Il convient toutefois de noter qu'il subsiste un certain nombre de cas où l'atténuation des transitions ne peut-être expliquée par l'existence d'une résonance Gamov-Teller. En particulier on observe une atténuation dans les noyaux miroirs  $N = Z$  (ex :  $^{15}\text{O}, ^{15}\text{N}; ^{17}\text{F}, ^{17}\text{O}; ^{39}\text{Ca}, ^{39}\text{K}$ ) où il ne peut y avoir de résonance Gamov-Teller. Le facteur d'atténuation est de l'ordre de 0.5 à 0.8 (voir table 3.5 p. 349 de la réf. 41). De plus, contrairement à ce qui se produit pour la résonance isobarique analogue, seule une fraction de la règle de somme est observée dans la résonance Gamov-Teller (voir la section 2.2).

### 3.6. Constante de couplage effective $(g_A)_{\text{eff}}$

On peut résumer les informations accumulées précédemment en introduisant une constante de couplage  $(g_A)_{\text{eff}}$  définie par :

$$(g_A)_{\text{eff}}^2 = \eta (g_A)_{\text{neutron}}^2 \quad (58)$$

où  $\eta$  est le facteur d'atténuation observé dans les transitions Gamov-Teller.

i) L'étude de l'atténuation des transitions  $\beta^-$  suggère une valeur de  $\eta \sim 0.6-0.7$  (voir section 3.5 et ref. 6) soit une valeur  $(g_A)_{\text{eff}} \approx 1$ . L'analyse de Wilkinson<sup>18</sup> conduit à une

valeur légèrement plus grande  $(g_A)_{\text{eff}} \simeq 1.15$ , mais l'analyse en question concerne seulement les noyaux légers.

ii) La "force manquante" dans les réactions (p,n) implique un facteur d'atténuation de l'ordre de 0.6-0.7.

iii) Une analyse récente des moments magnétiques des noyaux miroirs par Buck et Perez<sup>17</sup> conduit à une valeur remarquablement précise :

$$(g_A)_{\text{eff}} = 1.00 \pm 0.02$$

Il y a donc une convergence assez remarquable de résultats obtenus sur des noyaux très différents (légers, lourds) et dans des domaines d'énergies très distincts (résonance GT à haute énergie, désintégration  $\beta$ , moments magnétiques statiques). On doit donc s'attendre à ce que le mécanisme responsable de la renormalisation de la constante  $g_A$  soit relativement indépendant de détails de structure nucléaire. Un tel mécanisme sera discuté dans la section 6.

#### 4. QUARKS, NUCLEONS, ISOBARES

Dans cette section, nous nous proposons de calculer les éléments de matrice couplant le nucléon à une résonance  $\Delta$ . Pour ce faire, nous utiliserons un modèle de quarks très simple où seule interviendra la partie de la fonction d'onde dépendant des spins et isospins des quarks.

##### 4.1. Fonctions d'onde des nucléons et des résonances $\Delta$ <sup>40</sup>

Les nucléons (p,n) et les résonances  $\Delta$  ( $\Delta^-$ ,  $\Delta_0$ ,  $\Delta^+$ ,  $\Delta^{++}$ ) appartiennent à une même famille de particules et peuvent être décrits comme étant formés de trois quarks u et d dans différents états de spin et d'isospin. Rappelons tout d'abord les propriétés des quarks u et d. Ce sont des états d'isospin  $\pm \frac{1}{2}$ , de spin  $\pm \frac{1}{2}$  et de charge  $\frac{2}{3}$  ou  $-\frac{1}{3}$  :

$$\begin{aligned} Q|u\rangle &= \frac{2}{3} |u\rangle & t_3|u\rangle &= \frac{1}{2} |u\rangle \\ Q|d\rangle &= -\frac{1}{3} |d\rangle & t_3|d\rangle &= -\frac{1}{2} |d\rangle \end{aligned} \quad (59)$$

Nous indiquerons l'état de spin par une flèche placée à côté du symbole u ou d :

$$s_3|u\uparrow\rangle = \frac{1}{2} |u\uparrow\rangle \quad s_3|u\downarrow\rangle = -\frac{1}{2} |u\downarrow\rangle \quad (60)$$

La résonance  $|\Delta_{3/2}^{++} 3/2\rangle$  est un état de charge +2, de spin 3/2, et d'isospin 3/2. Il est donc constitué de trois quarks u avec spin  $\uparrow$  :

$$|\Delta_{3/2}^{++} 3/2\rangle = |u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle \quad (61)$$

Notons que cet état est complètement symétrique dans les permutations des quarks. En fait, il doit être multiplié par un état antisymétrique dans un degré de liberté supplémentaire :

la couleur. Cependant ce degré de liberté ne joue aucun rôle dans notre discussion et nous n'en parlerons plus. Par action des opérateurs

$$S_- = \sum_{i=1}^3 s_-(i) \quad T_- = \sum_{i=1}^3 t_-(i) \quad (62)$$

on engendre tous les états de la résonance  $\Delta$ . Par exemple :

$$|\Delta_{3/2}^{++} 1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} S_- |\Delta_{3/2}^{++} 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ |u\uparrow u\uparrow u\uparrow\rangle + |u\uparrow u\uparrow d\uparrow\rangle + |u\uparrow d\uparrow u\uparrow\rangle \} \quad (63)$$

$$|\Delta_{1/2}^{+} 1/2\rangle = \frac{1}{3} \{ |d\downarrow u\uparrow u\uparrow\rangle + |u\downarrow d\uparrow u\uparrow\rangle + |u\downarrow u\uparrow d\uparrow\rangle \quad (64)$$

$$+ |d\uparrow u\downarrow u\uparrow\rangle + |u\uparrow d\downarrow u\uparrow\rangle + |u\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle$$

$$+ |d\uparrow u\uparrow u\downarrow\rangle + |u\uparrow d\uparrow u\downarrow\rangle + |u\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle \}$$

etc...

Le proton est un état de même charge que  $|\Delta_{1/2}^{+} 1/2\rangle$  et contient donc deux quarks  $u$  et un quark  $d$ . La fonction d'onde doit être orthogonale à la fonction d'onde de  $|\Delta_{1/2}^{+} 1/2\rangle$  tout en restant complètement symétrique. La fonction d'onde suivante remplit ces exigences

$$\begin{aligned} |p\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}} \{ u\downarrow u\uparrow d\uparrow + u\uparrow u\downarrow d\uparrow + d\uparrow u\uparrow u\uparrow + u\downarrow d\uparrow u\uparrow \\ & + d\uparrow u\uparrow u\downarrow + u\uparrow d\uparrow u\downarrow - 2 d\downarrow u\uparrow u\uparrow \\ & - 2 u\uparrow d\downarrow u\uparrow - 2 u\uparrow u\uparrow d\downarrow \} \end{aligned} \quad (65)$$

La fonction d'onde du neutron s'obtient par action de l'opérateur  $T_-$  :

$$\begin{aligned} |n\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}} \{ -d\downarrow d\uparrow u\uparrow - d\downarrow u\uparrow d\uparrow - d\uparrow d\downarrow u\uparrow - u\uparrow d\downarrow d\uparrow \\ & - d\uparrow u\uparrow d\downarrow - u\uparrow d\uparrow d\downarrow + 2u\downarrow d\uparrow d\uparrow \\ & + 2 d\uparrow u\downarrow d\uparrow + 2 d\uparrow d\uparrow u\downarrow \} \end{aligned} \quad (66)$$

#### 4.2. Calculs de quelques éléments de matrice

Connaissant les fonctions d'onde de spin et d'isospin des nucléons et des résonances  $\Delta$ , il est facile d'évaluer un certain nombre d'éléments de matrice. Nous donnons ci-dessous quelques exemples. a) Rapport des moments magnétiques du neutron et du proton. Nous avons :

$$\begin{aligned} \langle p\uparrow | \sum_{i=1}^3 Q(i) \sigma_o(i) | p\uparrow \rangle &= \frac{1}{18} \left( -\frac{6}{3} + 12 \times \frac{5}{3} \right) = 1 \\ \langle n\uparrow | \sum_{i=1}^3 Q(i) \sigma_o(i) | n\uparrow \rangle &= \frac{1}{18} \left( \frac{2}{3} \times 6 - \frac{4}{3} \times 12 \right) = -\frac{2}{3} \end{aligned} \quad (67)$$

d'où le rapport :

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{\langle n\uparrow | Q\sigma | n\uparrow \rangle}{\langle p\uparrow | Q\sigma | p\uparrow \rangle} = -\frac{2}{3} \quad (68)$$

ce qui, compte tenu de la simplicité du modèle, est en très bon accord avec le résultat expérimental qui est -0.685.

b) Element de matrice de Fermi. On a trivialement :

$$\langle p \uparrow | \sum_{i=1}^3 t_+(i) | n \rangle = 1 \quad (69)$$

On retrouve le fait que l'élément de matrice de Fermi ne dépend pas de la structure particulière de l'état, mais seulement de son isospin.

c) Eléments de matrice Gamov-Teller et M1

$$\langle p \uparrow | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) \tau_o(i) | p \uparrow \rangle = \langle p \uparrow | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_+(i) | n \uparrow \rangle = \frac{1}{18} (-6+36) = \frac{5}{3} \quad (70)$$

$$|\langle \Delta_{-1/2}^o \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_-(i) | p \uparrow \rangle| = |\langle \Delta_{1/2}^+ \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_+(i) | n \uparrow \rangle| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$|\langle \Delta_{-3/2}^- \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_-(i) | n \uparrow \rangle| = |\langle \Delta_{3/2}^{++} \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_+(i) | p \uparrow \rangle| = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\langle \Delta_{1/2}^+ \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) \tau_o(i) | p \uparrow \rangle = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \langle \Delta_{-1/2}^o \ 1/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) \tau_o(i) | n \uparrow \rangle$$

$$\langle \Delta_{3/2}^{++} \ 3/2 | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) \tau_o(i) | \Delta_{3/2}^{++} \ 3/2 \rangle = 3 \quad (71)$$

#### 4.3. Désintégration $\beta$ du neutron dans le modèle des quarks

Dans le modèle des quarks, le processus élémentaire dans la désintégration du neutron est la transformation d'un quark d en un quark u, accompagné de l'émission d'un électron et d'un antineutrino :

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e \quad (72)$$

Suivant la théorie moderne des interactions faibles, les quarks se couplent comme des leptons ( $e^-, \bar{\nu}_e$ ) et pour un quark la constante  $g_A = 1$ . Le modèle de quarks que nous utilisons permet de calculer  $g_A$  pour un nucléon. En effet, il suffit d'identifier les éléments de matrices :

$$(g_A)_{\text{quark}} \langle p \uparrow | \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_+(i) | n \uparrow \rangle = (g_A)_{\text{nucléon}} \langle p \uparrow | \sigma_o t_+ | n \uparrow \rangle \quad (73)$$

Dans le membre de gauche  $g_A = 1$  et l'élément de matrice vaut  $5/3$  (voir (70)). Dans le membre de droite, l'élément de matrice vaut 1. On en déduit donc :

$$(g_A)_{\text{nucléon}} = \frac{5}{3} \quad (74)$$

une valeur bien plus grande que la valeur expérimentale  $g_A = 1.25$  (voir (57)). Il convient de noter que le modèle que nous utilisons ignore les coordonnées spatiales des quarks. Lorsque l'on tient compte explicitement de ces coordonnées, par exemple en calculant les fonctions

d'onde des quarks dans un modèle de sac, on trouve une réduction substantielle de  $g_A$ . Ainsi dans le modèle de M.I.T. on trouve  $g_A = 1.09$ .

## 5. EXCITATION DES MODES DE SPIN-ISOSPIN

### 5.1. Fonction de réponse linéaire

La théorie des perturbations dépendant du temps permet de calculer la réponse d'un noyau à un champ extérieur. Appelons  $\lambda(t)$   $F$  la perturbation ( $\lambda(t) = 0$  pour  $t < 0$ ) et  $A$  l'observable dont on mesure la valeur moyenne au temps  $t$ . On suppose que pour  $t < 0$ , c'est-à-dire avant que la perturbation n'agisse, le système est dans son état fondamental  $|\psi_0\rangle$ . L'état du système à l'instant  $t$  est :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt/\hbar} |\psi_0\rangle - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{i}{\hbar} H(t-t')} \lambda(t') F e^{-iH \frac{t'}{\hbar}} |\psi_0\rangle \quad (75)$$

et par conséquent :

$$\langle \psi(t) | A | \psi(t) \rangle - \langle \psi_0 | A | \psi_0 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \chi_{AF}(t-t') \lambda(t') \quad (76)$$

où :

$$\chi_{AF}(t-t') = \frac{i}{\hbar} \theta(t-t') \langle \psi_0 | [F_H(t'), A_H(t)] | \psi_0 \rangle \quad (77)$$

$$A_H(t) = e^{iHt/\hbar} A e^{-iHt/\hbar}$$

Prenant la transformée de Fourier de l'équation (76), il vient :

$$\langle A \rangle_\omega = \chi_{AF}(\omega) \lambda(\omega) \quad (78)$$

où :

$$\chi_{AF}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\varepsilon t} e^{i\omega t} \chi_{AF}(t) dt \quad (\varepsilon \rightarrow 0^+) \quad (79)$$

$$= \sum_m \frac{\langle \psi_0 | A | \psi_m \rangle \langle \psi_m | F | \psi_0 \rangle}{\omega - \omega_{m0} + i\varepsilon} - \sum_n \frac{\langle \psi_0 | F | \psi_n \rangle \langle \psi_n | A | \psi_0 \rangle}{\omega + \omega_{n0} + i\varepsilon}$$

$$(\omega_{m0} = E_m - E_0)$$

Nous considérons deux exemples dans la suite.

$$a) A = F_0 \quad F = F_0^+ \quad F_0^+ = F_0 \quad (\text{ex : } F_0 = \sum_{i=1}^A \sigma_0(i) \tau_0(i))$$

$$\chi(\omega) = \sum_n |\langle \psi_0 | F_0 | \psi_n \rangle|^2 \left\{ \frac{1}{\omega - \omega_{n0} + i\varepsilon} - \frac{1}{\omega + \omega_{n0} + i\varepsilon} \right\} \quad (80)$$

$\chi(\omega)$  a des poles à  $\pm$  les énergies d'excitation du système.



$$b) A = F_+ \quad F = F_- \quad F_+^\dagger = F_- \quad (\text{ex : } F_+ = \sum_{i=1}^A \tau_+(i))$$

$$\chi(\omega) = \sum_m \frac{|\langle \psi_m | F_+ | \psi_0 \rangle|^2}{\omega - \omega_{m0} + i\epsilon} - \sum_n \frac{|\langle \psi_n | F_- | \psi_0 \rangle|^2}{\omega + \omega_{n0} + i\epsilon} \quad (81)$$

Dans ce cas  $\chi(\omega)$  a deux types de poles. Le premier type ( $\omega = \omega_{m0}$ ) correspond aux énergies d'excitation d'états de charge positive ; notons que les résidus en ces poles sont positifs. La seconde famille de poles ( $\omega = -\omega_{n0}$ ) correspond aux énergies d'excitation des états de charge négative. Les résidus en ces poles sont négatifs.

## 5.2. Fonction de réponse dans l'approximation de particules indépendantes

Dans l'approximation de particules indépendantes il est très facile de calculer la fonction de réponse, que nous noterons  $\chi_0$ . Les excitations du système induites par les opérateurs  $F_+$  et  $F_-$  sont des excitations particule-trou, proton-neutron et neutron-proton respectivement (voir figure 10).

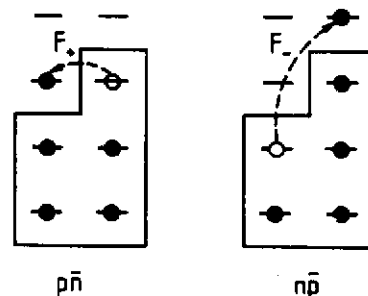
L'expression de  $\chi_0(\omega)$  est :

$$\chi_0(\omega) = \sum_{p\bar{n}} \frac{|\langle p | F_+ | n \rangle|^2}{\omega - \omega_{p\bar{n}} + i\epsilon} - \sum_{n\bar{p}} \frac{|\langle n | F_- | p \rangle|^2}{\omega + \omega_{n\bar{p}} + i\epsilon} \quad (82)$$

Nous étudierons plus loin un modèle dans lequel on suppose que toutes les excitations  $p\bar{n}$  sont dégénérées ainsi que toutes les excitations  $n\bar{p}$ .

$\chi_0(\omega)$  prend alors la forme très simple :

$$\chi_0(\omega) = \frac{S_+}{\omega - \omega_{p\bar{n}}} - \frac{S_-}{\omega + \omega_{n\bar{p}}} \quad (83)$$



Excitation proton trou de neutron      Excitation neutron trou de proton

Cette fonction est représentée sur la figure 11 ci-dessous.

Figure 10

Dans les applications que nous ferons plus loin, il sera commode de considérer des configurations particule-trou couplées à un bon moment angulaire. Dans ce cas  $\chi_0(\omega)$  s'écrit :

$$\chi_0(\omega) = \frac{1}{2J+1} \left\{ \sum_{p\bar{n}} \frac{|\langle p || F_+ || n \rangle|^2}{\omega - \omega_{p\bar{n}} + i\epsilon} - \sum_{n\bar{p}} \frac{|\langle n || F_- || p \rangle|^2}{\omega + \omega_{n\bar{p}} + i\epsilon} \right\} \quad (84)$$

où  $J$  est le moment angulaire de l'excitation et l'on a supposé que le moment angulaire de

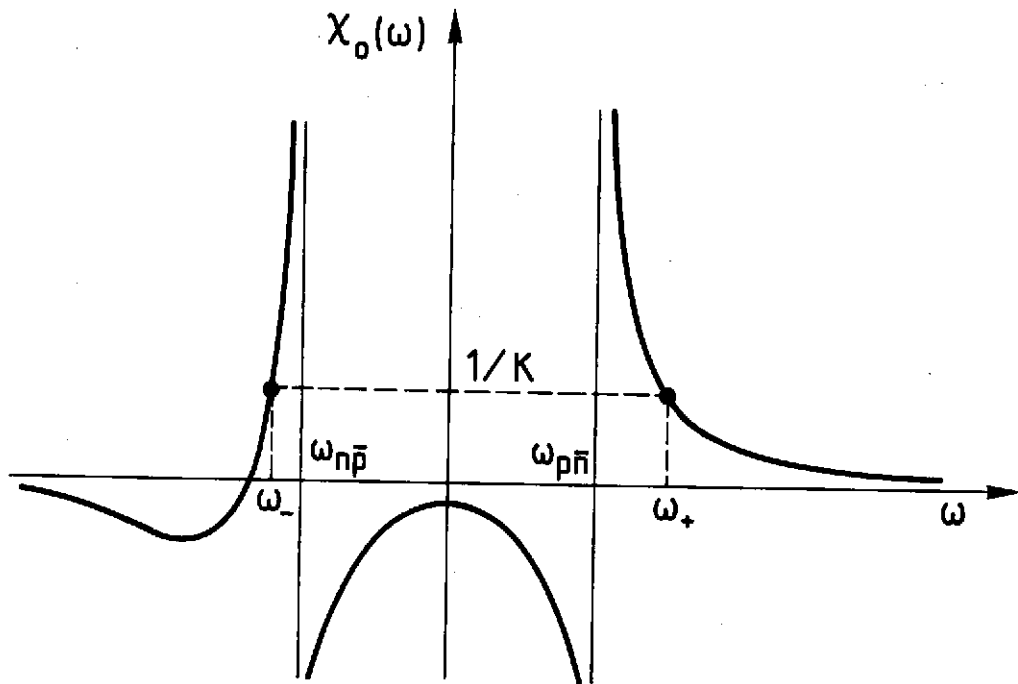


Figure 11

l'état fondamental est nul. Donnons pour finir quelques éléments de matrice réduits :

$$\begin{aligned}
 \langle j = \ell - \frac{1}{2} \parallel \sigma \parallel j = \ell + \frac{1}{2} \rangle &= \frac{8\ell(\ell+1)}{2\ell+1} \\
 \langle j = \ell + \frac{1}{2} \parallel \sigma \parallel j = \ell - \frac{1}{2} \rangle &= \frac{2\ell(\ell+1)(2\ell+3)}{2\ell+1} \\
 \langle j = \ell - \frac{1}{2} \parallel \sigma \parallel j = \ell - \frac{1}{2} \rangle &= \frac{2\ell(2\ell-1)}{2\ell+1}
 \end{aligned} \tag{85}$$

### 5.3. Calcul de la fonction de réponse à l'approximation RPA

Le calcul de  $\chi_0(\omega)$  que nous avons présenté dans la section précédente suppose que les nucléons se déplacent indépendamment les uns des autres dans un potentiel moyen figé. Cependant ce champ moyen résulte des interactions mutuelles entre les nucléons : en particulier il se modifie si l'on change l'occupation des orbitales ainsi que cela se produit lors d'une excitation particule-trou. La modification du champ moyen qui résulte de l'application d'un champ extérieur  $\lambda F$  peut s'écrire de la façon suivante (voir (41)) :

$$\delta U = \kappa \langle F \rangle F \tag{86}$$

où  $\langle F \rangle$  est la valeur moyenne de l'opérateur  $F$  et  $\kappa$  est une constante de couplage. Le champ total appliqué aux nucléons est la somme du champ extérieur  $\lambda F$  et du champ induit  $\delta U$ . Reprenant l'équation (78) dans laquelle on pose  $\chi = \chi_0$  et l'on remplace  $\lambda$  par  $(\lambda + \kappa \langle F \rangle)$ , on trouve :

$$\langle A \rangle_\omega = (\lambda(\omega) + \kappa \langle F \rangle_\omega) \chi_0(\omega) \tag{87}$$

$\langle F \rangle_\omega$  se déduit de cette formule en posant  $A = F$ .

On obtient alors :

$$\langle F \rangle_{\omega} = \frac{\chi_o(\omega)}{1 - \kappa \chi_o(\omega)} \lambda(\omega) = \chi(\omega) \lambda(\omega) \quad (88)$$

D'où l'important résultat :

$$\chi(\omega) = \frac{\chi_o(\omega)}{1 - \kappa \chi_o(\omega)} \quad (89)$$

Les poles de  $\chi(\omega)$  qui correspondent aux énergies d'excitation du système sont donnés par l'équation :

$$1 - \kappa \chi_o(\omega) = 0 \quad (90)$$

Les résidus en ces poles sont égaux aux carrés des éléments de matrice de transition (voir eqs. (80) et (81)). Ils mesurent la "force d'oscillateur"  $S$  des transitions concernées. Un calcul simple donne :

$$S^{-1} = -\kappa \frac{\partial \ln \chi_o(\omega)}{\partial \omega} = -\kappa^2 \frac{\partial \chi_o}{\partial \omega} \quad (91)$$

#### 5.4. Solution d'un modèle schématique

Considérons le modèle défini par l'équation (83). L'équation aux poles est dans ce cas une équation du second degré et peut-être résolue analytiquement. On trouve :

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} &= \frac{1}{2} \{ \omega_{pn} - \omega_{np} + \kappa (S_+ - S_-) \pm \sqrt{D} \} \\ D &= (\omega_{np} + \omega_{pn})^2 + 2\kappa (\omega_{np} + \omega_{pn}) (S_+ + S_-) + \kappa^2 (S_+ - S_-)^2 \end{aligned} \quad (92)$$

Quelques cas limites sont intéressants :

a)  $S_- = 0$  ( $S_+ = 0$ ) c'est en général une très bonne approximation pour les excitations avec échange de charge dans les noyaux  $N > Z$ . Dans ce cas :

$$\begin{cases} \omega_- = -\omega_{np} \\ S_-^{RPA} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_+ = \omega_{pn} + \kappa S_+ \\ S_+^{RPA} = S_+ \end{cases} \quad (93)$$

b) Cas hermitique.  $S_+ = S_- = S_o$   $\omega_{pn} = \omega_{np} = \omega_o$ . Cas correspondant aux excitations M1 sans transfert de charge

$$\omega_{\pm} = \pm \omega_o \sqrt{1 + \frac{2\kappa S_o}{\omega_o}} \quad S_o^{RPA} \omega_o = S_o \omega_o \quad (94)$$

c) Limite de couplage fort  $\kappa(S_+ - S_-) \gg \omega_{np}, \omega_{pn}$ . ( $S_+ > S_-$ )

$$\begin{cases} \omega_+ = \kappa (S_+ - S_-) \\ S_+^{RPA} = S_+ \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_- = 0 \\ S_-^{RPA} = 0 \end{cases} \quad (95)$$

Notons que dans les cas a) et c) la règle de somme (26) est satisfaite, à savoir :

$$S_+^{\text{RPA}} - S_-^{\text{RPA}} = S_+ - S_- \quad (96)$$

Dans le régime de couplage fort toute la force se retrouve dans les transitions  $\beta^-$  (correspondant à  $S_+$ ). Dans le cas hermitique, la deuxième relation est également une règle de somme.

Les cas intermédiaires peuvent être discutés le plus commodément sur la solution graphique présentée dans la figure 11. Nous invitons le lecteur à vérifier sur cette figure les propriétés générales discutées à la fin de la section 5.1.

### 5.6. L'interaction particule-trou

Nous verrons plus loin que l'on peut déterminer la constante de couplage  $\kappa$  directement à partir de données expérimentales. Cependant cette constante de couplage est reliée simplement à l'interaction effective qui intervient dans le calcul du champ moyen. C'est cette connexion que nous esquissons ici.

Considérons pour simplifier une interaction centrale. Alors le potentiel moyen au point  $\vec{r}_1$ ,  $U(\vec{r}_1)$ , se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$U(\vec{r}_1) = \int d^3r_2 n(\vec{r}_2) V_{\text{eff}}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (97)$$

où  $n(\vec{r}_2)$  est la densité de particules au point  $\vec{r}_2$ ,  $V_{\text{eff}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  est un potentiel d'interaction effectif que l'on peut écrire ainsi :

$$V_{\text{eff}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) g(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (98)$$

où  $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  est le potentiel agissant entre deux nucléons libres et  $g(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  une fonction de corrélation qui s'annule lorsque  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \rightarrow 0$ . L'effet de cette fonction de corrélation est d'empêcher deux nucléons de s'approcher trop près l'un de l'autre, i.e. d'entrer dans une région où le potentiel  $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  est très fortement répulsif. Il est commode de prendre la transformée de Fourier de (97) :

$$U(q) = n(q) V_{\text{eff}}(q) \quad (99)$$

Une petite perturbation qui génère un changement de densité engendre également un changement du potentiel  $U$  :

$$\delta U(q) = \delta n(q) V_{\text{eff}}(q) \quad (100)$$

qui peut se mettre sous la forme (86), si l'on remarque que dans le cas présent,  $F=1$ ,  $\langle F \rangle = \delta n(q)$  et que par conséquent  $\kappa = V_{\text{eff}}(q)$ . Le même argument se généralise aisément aux autres

voies dans lesquelles  $F = \sigma, \tau, \sigma\tau$ .

Pour des excitations correspondant à des transferts d'impulsion  $q=0$ , seul  $V_{\text{eff}}(0)$  intervient.  $V_{\text{eff}}(0)$  est l'intégrale de volume du potentiel. Il est d'usage de relier cette intégrale de volume dans la voie  $\sigma\tau$  à un paramètre sans dimension,  $G_0$ , appelé paramètre de Landau-Migdal, défini ainsi (attention les conventions concernant le facteur devant  $V_{\text{eff}}(0)$  différent suivant les auteurs) :

$$G'_0 = \frac{2k_F m^*}{\hbar^2 \pi^2} V_{\sigma\tau}^{\text{eff}}(q=0) \quad (101)$$

A titre d'exercice calculons la valeur de  $G'_0$  obtenue en ne retenant de l'interaction nucléon-nucléon que l'échange d'un pion :

$$V(q) = -\frac{f^2}{m_\pi} \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q}}{q^2 + m_\pi^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \quad (102)$$

où  $f^2 \sim 1.0$ . Il est commode de réécrire  $V(q)$  de la façon suivante :

$$V(q) = -\frac{f^2}{m_\pi} \left\{ \frac{q^2 S_{12}}{2(q^2 + m_\pi^2)} + \frac{1}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + \frac{1}{3} \frac{m_\pi^2}{2(q^2 + m_\pi^2)} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \right\} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \quad (103)$$

où  $S_{12} = \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{q} - \frac{1}{3} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ . Ainsi  $V(q)$  se compose d'une partie tenseur ( $\propto S_{12}$ ) et, dans la voie  $\sigma\tau$ , d'une force de portée nulle (terme indépendant de  $\vec{q}$ ) et d'un potentiel de Yukawa.

Pour déterminer  $V_{\text{eff}}(q)$  nous devons multiplier  $V$  par une fonction de corrélation dont l'effet essentiel est d'annuler la partie de portée nulle de la force. Par conséquent :

$$V_{\text{eff}}(q) = V(q) + \frac{1}{3} \frac{f^2}{m_\pi} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \quad (104)$$

Dans la limite  $q \rightarrow 0$ ,  $V(q) \rightarrow 0$  et l'on a :

$$V_{\text{eff}}^{\sigma\tau}(0) = \frac{1}{3} \frac{f^2}{m_\pi} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \quad (105)$$

D'où  $G'_0$  :

$$G'_0 = \frac{2k_F m^*}{\hbar^2 \pi^2} \frac{1}{3} \frac{f^2}{m_\pi} = \frac{130}{151} = 0.86 \quad (106)$$

(on a pris  $k_F = 1.35 \text{ fm}^{-1}$  et  $m^* = m = 939 \text{ MeV}$ ). Il existe bien entendu d'autres contributions à  $G'_0$ . Une estimation plus réaliste<sup>24</sup> conduit à une valeur environ deux fois plus grande.

$G'_0 \sim 1.7$ .

### 5.7. La résonance isobarique analogue

Ainsi que nous l'avons vu dans la section 2.3, la résonance isobarique analogue est l'état obtenu par application de l'opérateur  $T_+$  sur l'état fondamental du noyau  $(N, Z)$ . Dans cette section nous recalculons l'énergie de cette résonance dans le formalisme de la réponse linéaire. Tout d'abord nous remarquons que l'opérateur  $T_+$  génère des excitations particule-trou proton-trou de neutron dans les mêmes orbitales (voir figure 12).

L'énergie de ces excitations particule-trou est donnée par :

$$\epsilon_p - \epsilon_n = V_c + V_p - V_n \quad (107)$$

où  $V_c$  est le potentiel Coulombien agissant sur le proton,  $V_p$  et  $V_n$  sont les potentiels nucléaires agissant respectivement sur les neutrons et les protons. En fait la différence  $V_p - V_n$  (potentiel de symétrie) peut-être écrite sous la forme (86) :

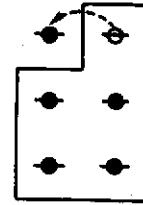


Figure 12

Excitation particule-trou contribuant à la résonance isobarique analogue.

$$\delta V = \kappa_T \langle \tau_3 \rangle \tau_3 \quad \langle \tau_3 \rangle = Z - N \quad (108)$$

ce qui donne :

$$V_p - V_n = 2\kappa_T (Z - N) \quad (109)$$

Dans  $^{208}\text{Pb}$ ,  $\epsilon_p - \epsilon_n \sim 7 \text{ MeV}$ ,  $V_c \sim 19 \text{ MeV}$ . On en déduit alors :

$$\kappa_T \sim \frac{28}{A} \text{ MeV} \quad (110)$$

Pour déterminer l'énergie de la résonance, nous remarquons que la constante de couplage  $\kappa_T$  qui apparaît dans le potentiel de symétrie (108) est la même que celle qui intervient dans le calcul du changement du champ moyen résultant d'une excitation induite par l'opérateur  $T_+$  :

$$\delta V = \kappa_T \langle \tau_- \rangle \tau_+ \quad (111)$$

La formule (93) nous permet alors de calculer  $E_{\text{RIA}}$  (les transitions  $p \rightarrow n$  sont interdites par le principe de Pauli et donc  $S_- = 0$ ). On obtient :

$$E_{\text{RIA}} = \epsilon_p - \epsilon_n + \kappa_T S_+ \quad (112)$$

$$S_+ = \sum_{p\bar{n}} |\langle p | \tau_+ | n \rangle|^2 = 2 \sum_{p\bar{n}} 1 = 2(N - Z) \quad (113)$$

et par conséquent :

$$E_{RIA} = \varepsilon_p - \varepsilon_n + 2\kappa_T(N-Z) = V_c \quad (114)$$

où l'on a utilisé (109). On remarque que la constante  $\kappa_T$  disparaît du résultat final. Il y a dans ce cas une cancellation exacte entre la correction aux énergies à une particule représentée par le potentiel de symétrie et l'effet de l'interaction particule-trou (111). Cette cancellation résulte de la loi de conservation de l'isospin qui implique dans ce cas que l'énergie de la résonance ne doit pas dépendre des interactions nucléaires. Notons que (114) et (20) sont compatibles si l'on remarque que :

$$V_c \sim \left. \frac{\partial E_c}{\partial Z} \right|_A$$

### 5.8. Résonance Gamov-Teller dans $^{208}\text{Pb}$

Dans  $^{208}\text{Pb}$ , les excitations particule-trou contribuant à la résonance G.T. se répartissent en deux groupes d'états<sup>2</sup> :

- excitations avec spin-flip (ex :  $p\ h9/2\ \bar{n}\ h11/2$ ,  $p\ i11/2\ \bar{n}\ i13/2$  etc...). Ces excitations ont une énergie de l'ordre de 12.5 MeV et portent 36% de la force G.T. ( $=N-Z$ )'

- excitations sans spin-flip (ex :  $p\ h9/2\ \bar{n}\ h9/2$ ,  $p\ i13/2\ \bar{n}\ i13/2$  etc...). Ces excitations ont une énergie de l'ordre de 7 MeV et portent 64% de la force GT.

Ignorant la contribution tout à fait négligeable des excitations  $np$ , on peut donc écrire la fonction de réponse  $\chi_0(\omega)$  (82) ainsi :

$$\chi_0(\omega) = \frac{2(N-Z) \times 0.64}{\omega - 7} + \frac{2(N-Z) \times 0.36}{\omega - 12.5} \quad (115)$$

où  $2 = |\langle p | \tau_+ \sigma_0 | n \rangle|^2$ . Connaissant  $\omega_{GT}(^{208}\text{Pb}) \simeq 19$  MeV (par rapport au fondamental de  $^{208}\text{Pb}$ ) on peut, à partir de l'équation (90) déterminer  $K_{GT}$  :

$$\kappa_{GT} = \chi_0^{-1}(\omega_{GT}) = 0.11 \text{ MeV} = \frac{23}{A} \text{ MeV} \quad (116)$$

### 5.9. Résonances M1 dans $^{208}\text{Pb}$

Deux configurations particule-trou peuvent contribuer à une transition M1 dans  $^{208}\text{Pb}$ . Ce sont :  $(p\ h9/2\ \bar{p}\ h11/2)$  et  $(n\ i11/2\ \bar{n}\ i13/2)$ . L'énergie de ces deux configurations est  $\omega_0 = 5.7$  MeV. La force portée par chacune de ces configurations se calcule aisément à l'aide des éléments de matrice (85) :

$$(h9/2 || \sigma || h11/2)^2 = 21.82 \quad (i11/2 || \sigma || i13/2)^2 = 25.84 \quad (117)$$

la fonction de réponse non perturbée  $\chi_o(\omega)$  pour une excitation M1 s'écrit donc (voir (84)) :

$$\chi_o(\omega) = S_o \left( \frac{1}{\omega - \omega_o} - \frac{1}{\omega + \omega_o} \right)$$

$$S_o = \frac{1}{3} (21.82 + 25.84) = 15.89 \quad (118)$$

Elle a la même forme pour les excitations isovectorielle ( $F_o = \sigma_o \tau_o$ ) et isoscalaires ( $F_o = \sigma_o$ ).

L'énergie de la résonance M1 isovectorielle s'obtient à l'aide de la formule (94) où la constante de couplage est  $\kappa_{\sigma\tau}$  déterminée dans la section précédente :

$$\omega_{M1}^{\text{isovecteur}} = \omega_o \sqrt{1 + \frac{2\kappa_{\sigma\tau} S_o}{\omega_o}} = 7.5 \text{ MeV} \quad (119)$$

Cette résonance M1 a été observée dans le noyau  $^{90}\text{Zr}$  (voir section 2.3 et figure 6) mais malheureusement pas encore dans le noyau  $^{208}\text{Pb}$ . (Les raisons de cet état de fait sont très probablement d'ordre expérimental).

Par contre, on a observé récemment<sup>10,11</sup> une résonance M1 isoscalaire dans  $^{208}\text{Pb}$  à une énergie d'excitation égale à 5.85 Mev. Cette donnée nous permet de calculer la constante de couplage  $\kappa_\sigma$  à l'aide à nouveau de la formula (94) :

$$\omega_{M1}^{\text{isoscalaire}} = 5.85 = \omega_o \sqrt{1 + \frac{2\kappa_\sigma S_o}{\omega_o}} \quad (120)$$

d'où  $\kappa_\sigma = \frac{11}{A} \text{ MeV}$ .

Pour d'autres estimations des propriétés des résonances isovectorielles on pourra se reporter par exemple aux références<sup>21,23,37,35</sup>.

## 6. ROLE DES DEGRES DE LIBERTE NUCLEONIQUES

### 6.1. Calcul de $\chi_o(\omega)$ incluant les résonances $\Delta$

Lorsque l'on prend en compte les excitations internes des nucléons, de nouvelles configurations particule-trou apparaissent dans lesquelles l'état de "particule" est une résonance  $\Delta$  (voir figure 13). Notons que les configurations  $\Delta\bar{N}$  ne sont pas soumises aux limitations du principe de Pauli puisque les résonances  $\Delta$  et les nucléons peuvent être considérés comme des particules distinctes (voir section 4.1). La contribution  $\chi_o^\Delta(\omega)$  des excitations  $\Delta\bar{N}$  à  $\chi_o(\omega)$  se calcule

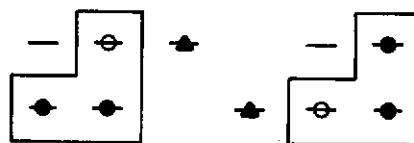


Figure 13

Exemples d'excitation  $\Delta\bar{N}$



facilement. On a :

$$\begin{aligned} \chi_o^{\Delta}(\omega) = & \sum_n \frac{|\langle \Delta^+ | F_+ | n \rangle|^2}{\omega - \Omega_{\Delta}} - \sum_n \frac{|\langle \Delta^- | F_- | n \rangle|^2}{\omega + \Omega_{\Delta}} \\ & + \sum_p \frac{|\langle \Delta^{++} | F_+ | p \rangle|^2}{\omega - \Omega_{\Delta}} - \sum_p \frac{|\langle \Delta^0 | F_- | p \rangle|^2}{\omega + \Omega_{\Delta}} \end{aligned} \quad (121)$$

où  $\Omega_{\Delta}$  est la différence de masse entre le nucléon et le  $\Delta$  :  $\Omega_{\Delta} \simeq 300$  MeV, et on ignore la largeur du  $\Delta$ .

L'opérateur  $F_{\pm}$  dans (121) est l'opérateur Gamov-Teller agissant sur les quarks<sup>22</sup> :

$$F_{\pm} = \frac{3}{5} \sum_{i=1}^3 \sigma_o(i) t_{\pm}(i) \quad (122)$$

L'opérateur  $F_{\pm}$  a été normalisé de telle façon à donner le même élément de matrice entre deux nucléons que l'opérateur Gamov-Teller agissant sur les nucléons (voir eq. (73)). Utilisant les éléments de matrice (71), on obtient :

$$\chi_o^{\Delta}(\omega) = \frac{8}{25} \left\{ \frac{8+3Z}{\omega - \Omega_{\Delta}} - \frac{Z+3N}{\omega + \Omega_{\Delta}} \right\} \quad (123)$$

En particulier :

$$\chi_o^{\Delta}(\omega=0) = -\frac{32}{25} A \frac{2}{300} = -8.53 \times 10^{-3} \text{ A MeV}^{-1} \quad (124)$$

Le facteur A dans  $\chi_o^{\Delta}(\omega)$  (eq. (123)) résulte de ce que tous les nucléons peuvent se transformer en un  $\Delta$  sous l'action d'un opérateur Gamov-Teller. Nous verrons plus loin qu'à cause de ce facteur,  $\chi_o^{\Delta}$  est loin d'être négligeable.

## 6.2. Renormalisation et facteur d'atténuation

La fonction de réponse totale en l'absence d'interaction s'écrit :

$$\chi_o(\omega) = \chi_o^N(\omega) + \chi_o^{\Delta}(\omega)$$

où  $\chi_o^N(\omega)$  représente les excitations particule-trou des nucléons et  $\chi_o^{\Delta}(\omega)$  les excitations  $\Delta\bar{N}$ .

La fonction de réponse totale, tenant compte des interactions, est donnée par (89) :

$$\chi(\omega) = \frac{\chi_o^N(\omega) + \chi_o^{\Delta}(\omega)}{1 - \kappa(\chi_o^N(\omega) + \chi_o^{\Delta}(\omega))} \quad (125)$$

Si l'on s'intéresse aux excitations de basse énergie ( $\omega \ll \Omega_{\Delta}$ ), on peut remplacer dans (125)

$\chi_o^{\Delta}(\omega)$  par  $\chi_o^{\Delta}(\omega=0)$ . L'équation aux poles devient alors :

$$\begin{aligned}
 0 &= 1 - \kappa (\chi_o^N(\omega) + \chi_o^\Delta(0)) \\
 &= (1 - \kappa \chi_o^\Delta(0)) (1 - \kappa_{\text{eff}} \chi_o^N(\omega))
 \end{aligned}
 \quad (126)$$

où

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{\kappa}{1 - \kappa \chi_o^\Delta(0)} \quad (127)$$

L'équation (126) a la même forme que celle que l'on aurait obtenu si l'on avait ignoré les excitations  $\Delta N$ , mais avec une valeur différente de la constante de couplage. La force portée par l'excitation correspondant à la solution  $\omega_n$  de l'équation (126) est le résidu de  $\chi(\omega)$  en  $\omega_n$ . Un calcul simple montre que :

$$\chi(\omega \sim \omega_n) \simeq - \frac{1}{\kappa^2} \frac{1}{\frac{\partial \chi_o^N}{\partial \omega} \Big|_{\omega_n}} \frac{1}{\omega - \omega_n} \quad (128)$$

formule à rapprocher du résultat (91). Il convient toutefois de noter que la force calculée en ignorant complètement  $\chi_o^\Delta(\omega)$  serait de la forme :

$$\tilde{S} = - \frac{1}{\kappa_{\text{eff}}^2} \frac{1}{\frac{\partial \chi_o^N}{\partial \omega} \Big|_{\omega_n}} \quad (129)$$

où  $\kappa_{\text{eff}}$  est la constante de couplage servant à déterminer l'énergie  $\omega_n$  (voir eq. (126)). Utilisant (127) on montre facilement que :

$$S = - \frac{1}{\kappa^2} \frac{1}{\frac{\partial \chi_o^N}{\partial \omega} \Big|_{\omega_n}} = \eta \tilde{S} \quad (130)$$

où

$$\eta = \frac{\kappa_{\text{eff}}^2}{\kappa^2} = (1 + \kappa_{\text{eff}} \chi_o^\Delta(0))^2 = (1 - \kappa \chi_o^\Delta(0))^{-2} \quad (131)$$

Autrement dit la force  $S$  que l'on mesure est égale à la force  $\tilde{S}$  que l'on calcule en ignorant l'existence du  $\Delta$  multipliée par le facteur  $\frac{\kappa_{\text{eff}}^2}{\kappa^2}$ . Comme  $\chi_o^\Delta(0)$  est négatif et que l'interaction est répulsive ( $\kappa > 0$ ), ce facteur est plus petit que 1. Il en résulte que l'on n'observe qu'une fraction de la force calculée en ignorant le couplage du nucléon à la résonance  $\Delta$ .

### 6.3. Remarque concernant la règle de somme Gamov-Teller

On peut s'interroger sur la compatibilité du résultat (130) avec la règle de somme Gamov-Teller (26). En fait il est important de se souvenir que cette règle de somme a été établie en ignorant complètement les degrés de liberté nucléoniques. En effet l'opérateur

Gamov-Teller  $\sigma_0 t_{\pm}$  agissant sur un nucléon ne peut le transformer en un  $\Delta$  puisque ce dernier a un isospin égal à 3/2. Par contre l'opérateur Gamov-Teller (122) qui agit sur les quarks à un élément de matrice non nul entre le nucléon et la résonance  $\Delta$ . Il est facile de se convaincre que la règle de somme correspondant à cet opérateur n'est plus (26). Considérons en effet la différence  $S_+ - S_-$  pour un neutron :

$$\begin{aligned} S_+ - S_- &= |\langle p | \sum_{i=1}^3 \sigma_0^{(i)} t_0^{(i)} | n \rangle|^2 + |\langle \Delta^+ | \sum_i \sigma_0^{(i)} t_+^{(i)} | n \rangle|^2 - |\langle \Delta^- | \sum_{i=1}^3 \sigma_0^{(i)} t_-^{(i)} | n \rangle|^2 \\ &= 1 + \frac{8}{45} - \frac{24}{25} = \frac{9}{25} \end{aligned} \quad (132)$$

Le premier terme (= 1) correspond à la règle de somme (26). Les deux autres termes correspondent aux contributions des résonances  $\Delta$  à  $S_+$  et  $S_-$  respectivement. Ainsi, le couplage aux  $\Delta$  augmente  $S_+$ , mais également  $S_-$  et le résultat net est une diminution substantielle de la différence  $S_+ - S_-$ . On peut obtenir une estimation de la différence  $S_+ - S_-$  pour un noyau en considérant la limite  $\omega \rightarrow \infty$  de  $\chi(\omega)$ . En effet :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega \chi(\omega) = S_+ - S_- \quad (133)$$

Il est facile de voir que :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega \chi(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega \chi_0(\omega) \quad (134)$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned} \chi_0(\omega) &= \chi_0^N(\omega) + \chi_0^\Delta(\omega) \\ \omega \chi_0^N(\omega) &\rightarrow N-Z \quad \omega \chi_0^\Delta(\omega) \rightarrow -\frac{16}{25} (N-Z) \end{aligned}$$

d'où le résultat :

$$S_+ - S_- = (N-Z) \left( 1 - \frac{16}{25} \right) = \frac{9}{25} (N-Z) \quad (135)$$

qui est en accord avec (132).

On peut estimer la fraction de la règle de somme (26) qui subsiste dans la résonance G.T. et celle qui se trouve dans la région des  $\Delta$ . Pour cela, supposons que la contribution des excitations particule-trou à  $S_-$  est nulle. Alors la quantité  $\tilde{S}$  donné par (129) est égale à  $(N-Z)$ . La fraction de la règle de somme observée dans la résonance G.T. est  $\eta(N-Z)$  (voir (130)). On a donc :

$$S_+ - S_- = \eta(N-Z) + \left( \frac{9}{25} - \eta \right) (N-Z) \quad (136)$$

et si l'on suppose que les contributions des excitations  $\Delta\bar{N}$  à  $S_+$  et  $S_-$  restent dans le rapport  $S_+/S_- = 1/3$  (voir (132)), on trouve :

$$\begin{aligned} S_+ &= \eta(N-Z) + \frac{1}{2} \left( \eta - \frac{9}{25} \right) (N-Z) \\ S_- &= \frac{3}{2} \left( \eta - \frac{9}{25} \right) (N-Z) \end{aligned} \quad (137)$$

#### 6.4. Opérateurs effectifs

On peut calculer l'effet du couplage aux résonances  $\Delta$  sur les moments magnétiques ou les transitions de basse fréquence en utilisant des arguments similaires à ceux développés dans les sections 5.3 et 6.2. Un élément de matrice d'un opérateur  $F$  à un corps entre deux états  $a$  et  $b$  est la somme de deux termes :

$$\langle b | F_{\text{eff}} | a \rangle = \langle b | F | a \rangle + \langle b | F_{\text{induit}} | a \rangle \quad (138)$$

à  $F_{\text{induit}}$  est donné par la formule (86) ( $F_{\text{induit}} = \delta U$ ). Utilisant (88) pour calculer  $\langle F \rangle_\omega$ , où  $\omega = \omega_{ba} = E_b - E_a$ , on trouve :

$$\langle b | F_{\text{eff}} | a \rangle = \langle b | F | a \rangle (1 + \chi(\omega_{ba})) \quad (139)$$

On calculera  $\chi(\omega_{ba})$  en utilisant la formule (125) où l'on pose  $\chi_o^\Delta(\omega_{ba}) \simeq \chi_o^\Delta(0)$ .

#### 6.5. Une analogie avec un problème simple de mécanique classique

Une analogie avec un problème simple de mécanique classique peut aider à comprendre le contenu des résultats des trois sections précédentes. Considérons un système de deux oscillateurs couplés décrits par la fonction de Lagrange suivante :

$$L = \frac{1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) - \frac{\omega_1^2}{2} x_1^2 - \frac{\omega_2^2}{2} x_2^2 - \frac{K_1}{2} x_1^2 - \frac{K_2}{2} x_2^2 - K_{12} x_1 x_2 \quad (140)$$

avec  $\omega_2 \gg \omega_1$ . Les équations de mouvement en présence d'une force extérieure  $\lambda(x_1 + x_2)$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + (\omega_1^2 + K_1) x_1 + K_{12} x_2 &= \lambda \\ \ddot{x}_2 + (\omega_2^2 + K_2) x_2 + K_{12} x_1 &= \lambda \end{aligned} \quad (141)$$

Pour des excitations de basse fréquence,  $x_2$  "suit"  $x_1$  et dans la deuxième équation,  $\ddot{x}_2$  est négligeable devant  $\omega_2^2 x_2$ . On peut donc utiliser cette équation pour éliminer  $x_2$ . Il reste l'équation suivante pour  $x_1$  :

$$\ddot{x}_1 + \left[ \omega_1^2 + (K_1^{\text{eff}})^2 \right] x_1 = \lambda_{\text{eff}} \quad (142)$$

où :

$$K_1^{\text{eff}} = K_1 - \frac{K_{12}^2}{\omega_2^2 + K_2} \quad \lambda_{\text{eff}} = \lambda \left( 1 - \frac{K_{12}}{\omega_2^2 + K_2} \right) \quad (143)$$

L'élimination du degré de liberté  $x_2$  est analogue à l'élimination explicite des résonances  $\Delta$  dans la fonction de réponse  $\chi_o(\omega)$  (voir section 6.2). Cette élimination conduit à une équation de mouvement effective pour le degré de liberté restant, ici  $x_1$ . Notons que sont modifiées, non seulement la fréquence propre du mode 1 ( $K_1 \rightarrow K_1^{\text{eff}}$ ), mais aussi la *force* nécessaire pour produire une amplitude donnée  $x_1$  ( $\lambda \rightarrow \lambda_{\text{eff}}$ ,  $\lambda_{\text{eff}} < \lambda$  si  $K_{12} > 0$ ). Si l'on excite le système avec une force dépendant du temps  $\lambda(t)$ , l'oscillateur  $x_1$  absorbe en moyenne par unité de temps une quantité d'énergie égale à

$$(\lambda_{\text{eff}}(\omega_1))^2 = \lambda^2(\omega_1) \left( 1 - \frac{K_{12}}{\omega_2^2 + K_2} \right)^2 \quad (144)$$

Si l'on pose  $K_1 = K_{12} = K$ , cette formule devient :

$$\lambda_{\text{eff}}^2(\omega_1) = \lambda^2(\omega_1) \frac{K_{\text{eff}}^2}{K^2} \quad (145)$$

Puisque  $K_{\text{eff}} < K$ , l'énergie absorbée effectivement par le mode 1 ( $\lambda_{\text{eff}}^2$ ) est plus petite que celle que l'on aurait calculée en négligeant le couplage avec le mode 2 ( $\lambda^2$ ). La formule (145) a la même signification physique que la formule (130).

#### 6.6. Ordres de grandeur des effets des degrés de liberté nucléoniques

Nous avons vu dans la section (2.5) que l'analyse des moments magnétiques dans la région du noyau  $^{208}\text{Pb}$  conduit à l'estimation (39) :

$$\frac{\delta g_S}{g_S} \approx -0.5$$

Utilisant (139), on en déduit :

$$\kappa \chi(0) = \frac{\delta g_S}{g_S} = -0.5 \quad (146)$$

ou encore, compte tenu de (89) :

$$\kappa \chi_o(0) = -1 \quad (147)$$

Par ailleurs nous avons calculé dans la section (5.9) la force M1 totale dans  $^{208}\text{Pb}$  :  $S_o = 15.89$  (voir (118)), ce qui nous permet de déterminer  $\chi_o^N(0)$  :

$$\chi_o^N(0) = -\frac{2S_o}{\omega_o} = -5.575 \text{ MeV}^{-1} \quad (148)$$

où  $\omega_0 = 5.7$  MeV. Combinant avec (124), il vient :

$$\chi_0(0) = \chi_0^N(0) + \chi_0^\Delta(0) = -5.575 - 1.775 = -7.35 \text{ MeV}^{-1} \quad (149)$$

les résultats (147) et (149) nous permettent de déterminer  $\kappa$  ( $\equiv \kappa_{GT}$ ) :

$$\kappa = \frac{1}{7.35} \text{ MeV} = \frac{28}{A} \text{ MeV} \quad (150)$$

la constante de couplage effective  $\kappa_{\text{eff}}$  définie par (127) vaut :

$$\kappa_{\text{eff}} = \frac{\kappa}{1 - \kappa \chi_0^\Delta(0)} = \frac{23}{A} \text{ MeV} \quad (151)$$

Ce qui est en remarquable accord avec la détermination totalement indépendante de cette quantité, présentée dans la section (5.8) (eq. (116)). Enfin, le facteur d'atténuation  $\eta$  défini par (131) est égal à :

$$\eta = \left( \frac{\kappa_{\text{eff}}}{\kappa} \right)^2 = 0.65 \quad (152)$$

Les formules (137) montrent alors que l'on doit s'attendre à n'observer que 65% de la règle de somme (26) dans la résonance Gamov-Teller, et que la contribution des résonances  $\Delta$  à la force Gamov-Teller  $S_+$  est de l'ordre de 15%.

On peut traduire le résultat (152) en terme d'une constante de couplage Gamov-Teller effective, on trouve :

$$(g_A)_{\text{eff}} = 1.25 \times \sqrt{0.65} = 1.00 \quad (153)$$

A nouveau, ce résultat est en très bon accord avec l'analyse résumée dans la section 3.6.

Le mécanisme que nous avons décrit dans cette section fournit donc une explication cohérente de l'atténuation des transitions Gamov-Teller et de la force manquante dans les réactions (p,n), ainsi que d'une partie de la renormalisation des moments magnétiques. Ce mécanisme, proposé il y a une dizaine d'années<sup>30</sup>, a donné lieu à de nombreux calculs<sup>28,29,32,33</sup>. Il fournit l'explication certainement la plus simple et la plus esthétique des phénomènes que nous avons discutés. Néanmoins, d'autres mécanismes ont été invoqués<sup>37,26</sup> pour expliquer la force manquante dans les réactions (p,n) ou M1. Ils font intervenir un couplage des excitations élémentaires 1 particule-1 trou à des excitations plus compliquées, par exemple 2 particules-2 trous, mais ne mettant en jeu que des nucléons. Les mécanismes de ce type préservent la règle de somme (26) : la force manquante dans la résonance G.T. doit se retrouver à plus haute énergie. L'inconvénient d'une telle approche est que, d'une part elle conduit à des prédictions théoriques incertaines (les résultats dépendent très fortement des ingrédients

du calcul : force, espace de configurations, etc...), d'autre part les vérifications expérimentales sont très difficiles (la force G.T. se trouve "diluée" dans une grande plage d'énergie). Il est clair que le couplage des états 1 particule - 1 trou à des configurations plus compliquées peut expliquer l'élargissement des résonances<sup>38</sup>, il est moins clair que ce couplage soit responsable de la force manquante ou de la renormalisation de  $g_A$ . En fait des données expérimentales récentes<sup>10,11</sup> semblent indiquer que les transitions M1 isoscalaires dans  $^{208}\text{Pb}$  ne sont pas atténuées, contrairement aux transitions isovectorielles<sup>36</sup>. Si cela était confirmé, et de façon systématique, ce serait une évidence en faveur du mécanisme qui fait intervenir les résonances  $\Delta$ .

Mentionnons pour terminer les références 44 et 34 où l'on trouvera une discussion plus détaillée de certaines questions peu ou pas abordées dans ce cours, comme par exemple le rôle du pion dans les modes de spin-isospin. Enfin la réf. 45 offre une ouverture sur quelques unes des interrogations fondamentales que soulève l'étude des modes de spin-isospin des noyaux.

#### REFERENCES

1. K. Ikeda, S. Fujii and J.I. Fujita, Phys. Rev. Lett. 3 (1963) 271
2. C. Gaarde et al, Nucl. Phys. A369 (1981) 258
3. G. Gaarde, Nucl. Phys. A396 (1983) 127c
4. D.E. Bainum et al, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1751
5. C.D. Goodman, Nucl. Phys. A374 (1982) 241c
6. C.D. Goodman and S.D. Bloom, in Proc. of Conference on "Spin excitations in nuclei", Telluride Co., March 1981 (Plenum 1983) p.202
7. D.J. Horen et al, Phys. Lett. 95B (1980) 27
8. D.J. Horen et al, Phys. Lett. 99B (1981) 383
9. C.D. Goodman et al, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1755
10. S.I. Hayakawa et al, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1624
11. K. Wienhard et al, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 18
12. W. Knüpfer et al, Phys. Lett. 77B (1978) 367
13. W. Knüpfer, M. Dillig and A. Richter, Phys. Lett. 95B (1980) 349
14. G.E. Brown, J. Speth and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 1057
15. C. Ellegaard et al, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1745
16. G.M. Crawley, Preprint Orsay, IPNO DRE 83-15
17. B. Buck and S.M. Perez, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1975

18. D.H. Wilkinson, Phys. Rev. C7 (1973) 930
19. I. Hamamoto, J. Lichtenstadt and G. Bertsch, Phys. Lett. 93B (1980) 213
20. M. Ericson, in Proc. International Conference on Spin Excitations in Nuclei, Telluride, Colorado, U.S.A. (March 1982) and CERN Preprint REF.TH 3303.CERN
21. B.L. Friman, Phys. Lett. 94B (1980) 1
22. A. Bohr and B. Mottelson, Phys. Lett. 100B (1981) 10
23. G. Bertsch, Nucl. Phys. A354 (1981) 157
24. G.E. Brown and M. Rho, Nucl. Phys. A372 (1981) 397
25. J.P. Blaizot and L. Sips, Nucl. Phys. A337 (1980) 157
26. L. Zamick, A. Abbas and T.R. Halemane, Phys. Lett. 103B (1981) 87
27. N. Auerbach, A. Klein and N.V. Giai, Phys. Lett. 106B (1981) 347
28. N.C. Mukhopadhyay, H. Toki and W. Weise, Phys. Lett. 84B (1979) 35
29. E. Oset and M. Rho, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 47
30. M. Rho, Nucl. Phys. A231 (1974) 493
31. M. Ericson, A. Figureau and C. Thevenet, Phys. Lett. 45B (1973) 19
32. F. Osterfeld et al, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 11
33. W. Weise, Nucl. Phys. A374 (1982) 505c
34. J. Delorme, Nucl. Phys. A374 (1982) 541c
35. G. Bertsch, Phys. Rev. C24 (1981) 533
36. H. Toki, G.F. Bertsch and D. Cha, MSU Preprint, MSUCL-402, March 1983
37. G.F. Bertsch and I. Hamamoto, Phys. Rev. C26 (1982) 1323
38. I. Adachi, Phys. Lett. 125 (1983) 5
39. E. Oset, H. Toki and W. Weise, Phys. Rep. 83 (1982) 281
40. G.E. Brown and W. Weise, Phys. Rep. 22 (1975) 279
41. A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear structure I and II (W.A. Benjamin)
42. A. de Shalit and H. Feshbach, Theoretical Nuclear Physics, Vol. I (J. Wiley)
43. "Mesons in Nuclei", M. Rho and D. Wilkinson ed., (North Holland)
44. M. Ericson, Preprint TH.3625-CERN, Cours donné à l'école d'Erice "Mesons, Isobars, Quarks and Nuclear Excitations", 6-18 Avril 1983
45. M. Rho, Comptes rendus de la conf. HESANS 83, Orsay 5-8 Septembre 1983, preprint SphT-83/127